

**Probeklausur zur Vorlesung**  
**„Lineare Algebra und Analytische Geometrie II“**  
Sommersemester 2008, Prof. V. Matveev

---

**Aufgabe 1**

(9 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Potenzmenge der natürlichen Zahlen gleichmächtig zur Menge der reellen Zahlen ist.

**Aufgabe 2**

(6 Punkte)

Zeigen Sie, dass man mit Zirkel und Lineal zwei Punkte  $P$  und  $Q$  im Innern eines Quadrats  $ABCD$  konstruieren kann, für die  $|AP| = |BP| = |PQ| = |CQ| = |DQ|$  ist. Berechnen Sie  $|PQ|$  für ein Quadrat der Seitenlänge 1.

**Aufgabe 3**

(6 Punkte)

Berechnen Sie  $A^8$  für

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4**

(8 Punkte)

Bringen Sie die folgende Matrix auf Jordan-Normalform:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 1 \\ -1 & -3 & -6 & -1 \\ 1 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

*Hinweis:* Es wird nicht verlangt, die zugehörige Basistransformation auszurechnen.

**Aufgabe 5**

(6 Punkte)

Gibt es eine affine Abbildung der Ebene auf sich selbst, die die Punkte  $(0, 1)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 1)$  und  $(-4, -3)$  in beliebiger Reihenfolge in die Punkte  $(0, 1)$ ,  $(-2, 2)$ ,  $(-1, 3)$  bzw.  $(2, -3)$  überführt?

*Hinweis:* Auch wenn die Antwort rechnerisch begründet werden muss, kann eine Skizze ganz hilfreich sein.