Friedrich-Schiller-Universität Jena
Mathematisches Institut
Prof. Dr. David J. Green

Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1

Wintersemester 2006/07 Übungsblatt 2

Abgabe: Fr 27.10. in der Vorlesung.

Aufgabe 1: Welche der folgenden Gleichungen sind für alle Mengen A, B und C richtig, und welche sind im allgemeinen falsch? Begründen Sie in jedem Fall Ihre Antwort mit einem Beweis bzw. mit einem Gegenbeispiel.

a) (2 P.) $(A \cup B) - B = A$

b) (2 P.) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

c) (2 P.) $(A \cap B) \cup C = (A \cup B) \cap (B \cup C)$

d) $(A - B) \cap C = (A \cap C) - (B \cap C)$.

e) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$

Aufgabe 2: Seien A und B Teilmengen von C. Zeigen Sie:

a) (2 P.) $\{K \in \mathscr{P}(C) \mid B \subseteq K\} \subseteq \{K \in \mathscr{P}(C) \mid A \subseteq K\} \quad \Rightarrow \quad A \subseteq B$.

b) (2 P.) $\{K \in \mathscr{P}(C) \mid B \subseteq K\} \cap \{K \in \mathscr{P}(C) \mid A \subseteq K\} = \{K \in \mathscr{P}(C) \mid A \cup B \subseteq K\}$.

Aufgabe 3: (2 P.) Sei X die Menge $X = \{a, b\}$ und Y die Menge $Y = \{p, q, r\}$. Beschreiben Sie alle Abbildungen $f\colon X \to Y$. Wieviele sind injektiv? Wieviele sind surjektiv?

Aufgabe 4: Seien $f\colon X \to Y$ und $g\colon Y \to Z$ Abbildungen. Weisen Sie folgende Aussagen aus der Vorlesung nach.

a) (2 P.) Ist die Verknüpfung $g \circ f$ injektiv, so muss f injektiv sein.

b) (2 P.) Ist die Verknüpfung $g \circ f$ surjektiv, so muss g surjektiv sein.

c) Die Abbildung $g \circ f$ kann bijektiv sein, ohne dass f, g bijektiv sein müssen (Beispiel!)

Erreichbare Punktzahl: 16