

# Übungen zur Kontinuumsmechanik

Sommersemester 2010

## Blatt 9

### 14.) Superposition von Wellen

Zwei reelle Lösungen der Wellengleichung  $\left(\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \psi = 0$  mögen

$$\psi_1 = a \sin(k_1 x - \omega_1 t) \quad \text{und} \quad \psi_2 = a \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

lauten mit Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ , die als nahe beieinanderliegend angenommen werden, d.h.  $0 < |\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_0$  mit  $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ .

Zeigen Sie, dass die Überlagerung der beiden Wellen  $\psi = \psi_1 + \psi_2$  zu einer Welle mit Schwebungen führt (Amplitudenänderung bei festgehaltenem Ort).

Zeichnen Sie die Welle  $\psi$  über der  $x$ -Achse zu einem festen Zeitpunkt  $t$ .

Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich das Amplitudenmaximum aus (Gruppengeschwindigkeit)?

Mitteln Sie den Energieausdruck

$$E = A \left[ \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + c^2 \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right]$$

über eine Periode  $P = 2\pi/\omega_0$  ( $A = \text{const}$ ).

### 15.) Komplexwertige Wellen

Wie müssen die komplexen Zahlen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}$ ,  $e^{-i(k_2 x - \omega_2 t)}$  gewählt werden, um aus

$$\text{Re}[\alpha e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}], \quad \text{Re}[\beta e^{-i(k_2 x - \omega_2 t)}], \quad \text{Re}[\alpha e^{i(k_1 x - \omega_1 t)} + \beta e^{-i(k_2 x - \omega_2 t)}]$$

die Funktionen  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi$  der vorigen Aufgabe zu erhalten?

**Abgabetermin:** 09.06.10 in der Vorlesung