26.05.2010

Übungen zur Kontinuumsmechanik

Sommersemester 2010

Blatt 8

12.) **Eindimensionale Wellen**

Zeigen Sie, dass die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi = \left(\frac{\partial}{c\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{c\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\psi = 0$$

die Lösung

$$\psi = f(ct - x) + g(ct + x)$$

besitzt mit beliebigen, zweimal stetig differenzierbaren Funktionen f und g. Wie kann man zeigen, dass sich die Lösung f bzw. g mit der Geschwindigkeit c in positiver bzw. negativer x-Richtung ausbreitet?

13.) **Kugelwellen**

Zeigen Sie, dass die dreidimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \nabla \cdot \nabla\right)\psi = 0$$

für $r \neq 0$ (r ist Länge des Ortsvektors) eine Kugelwelle mit

$$\psi = \frac{f(ct - r) + g(ct + r)}{r}$$

als Lösung besitzt, wobei f und g beliebige, zweimal stetig differenzierbare Funktionen sind. Welche der beiden Kugelwellen ist einlaufend, welche auslaufend? Woran erkennt man, dass es sich bei ψ, f und g um Kugelwellen handelt.

Berechnen Sie die Quelle bei $r = 0$ der Kugelwellenlösung ψ. Wie muss der Zusammenhang zwischen f und g lauten, damit die Kugelwellenlösung ψ überall die homogene Wellengleichung erfülllt?

Hinweis: Verwenden Sie im ersten Teil der Aufgabe Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) und im zweiten Teil die Relation $\nabla \cdot \nabla \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\mathbf{r})$.

Abgabetermin: 02.06.10 in der Vorlesung