05.05.2010

Übungen zur Kontinuumsmechanik

Sommersemester 2010

Blatt 5

6.) **Oberfläche einer starr rotierenden Flüssigkeit**

Die Eulersche Gleichung der idealen Flüssigkeit lautet

$$\varrho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \varrho \mathbf{F}$$

mit Druck p und äußerer Kraft pro Masseneinheit $\mathbf{F}$ bzw. Kraftdichte $\varrho\mathbf{F}$.

Berechnen Sie hiermit die Form der Oberfläche, d.h. $p = \text{const}$, einer Flüssigkeit in einem kreiszylindrischen Gefäß, die beide mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die Zylinderachse rotieren und die Zylinderachse senkrecht auf den Äquipotenzialflächen der konstanten Gravitationskraft $-g$ in z-Richtung steht ("rotierender Eimer mit Wasser").

Die Flüssigkeit möge inkompressibel und von räumlich konstanter Dichte ϱ_0 sein.

Beweisen Sie, dass die Oberfläche am Rand um genausoviel ansteigt wie sie in der Mitte abgesenkt wird.

Wie lässt sich aus der Absenkung der Oberfläche ein Flüssigkeitstachometer für die Rotationsgeschwindigkeit gewinnen?

Warum bewegen sich nach dem Umrühren einer Flüssigkeit am Boden liegende Sandkörner zur Mitte hin?

Hinweise: $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{2}\omega^2 \nabla(x^2 + y^2)$, vgl. Blatt 2.

Stellen Sie $\mathbf{F}$ als Gradient einer Potenzialfunktion dar.

Abgabetermin: 12.05.10 in der Vorlesung