Übungen zur Kontinuumsmechanik

Sommersemester 2010

Blatt 2

2.) **Geschwindigkeitsfeld einer starr rotierenden Flüssigkeit**

Das Geschwindigkeitsfeld einer Strömung sei gegeben durch

$$\mathbf{v} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}, \quad (\mathbf{\Omega} = \text{const}).$$

(a) Beschreiben Sie die Strömung qualitativ.
(b) Berechnen Sie $\nabla \times \mathbf{v}$ und $\nabla \cdot \mathbf{v}$.
(c) Zeigen Sie, dass gilt: $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}$.

3.) **Strömungsgeschwindigkeit**

Die substantielle Zeitableitung angewandt auf die Strömungsgeschwindigkeit lautet bekanntlich: $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$.

Beweisen Sie, dass mit der Massendichte ϱ gilt:

$$\varrho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial(\varrho \mathbf{v})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\varrho \mathbf{v} v_i),$$

falls ϱ die Kontinuitätsgleichung $\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{v}) = 0$ erfüllt.

Zeigen Sie, dass sich die Kontinuitätsgleichung schreiben lässt als $\frac{d\varrho}{dt} + \varrho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. Was folgt daraus für quellenfreie bzw. inkompressible Strömungen?

Abgabetermin: 21.04.10 in der Vorlesung