Kernphysik - Sommersemester 2010

Übungsaufgaben

für das 9. Seminar am 09.06.2010 bzw. 10.06.2010

Abgabe in den Seminaren am 02.06.2010 bzw. 03.06.2010

20. Der Beitrag der Spin-Bahn-Wechselwirkung zum Hamiltonoperator für ein elementares Teilchen mit der Spinquantenzahl s = ½ und der Masse m, das sich in einem Potential V(r) (potentielle Energie) befindet, ist nach Pauli gegeben durch

$\hat{H}_{\ell s} = V_{\ell s}\, \boldsymbol{\ell}\, \mathbf{s} / \hbar^2$ ($\boldsymbol{\ell}$ und **s** sind Vektoroperatoren) mit

$$V_{\ell s} = \int d^3r \;\; w(r) \; \frac{\hbar^2}{2m^2c^2} \; \frac{1}{r}\frac{dV}{dr}$$

wobei w(r) die (hier kugelsymmetrische) Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens am Ort r ist.

a) Berechnen Sie $V_{\ell s}$ für ein Elektron in einem Atom mit der Ordnungszahl Z unter folgenden vereinfachten Annahmen:
- alle Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen mit unterschiedlichen Radien (im zeitlichen Mittel eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung)
- das betrachtete Elektron bewegt sich auf einer Kreisbahnen mit Radius r_0
- n_s Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen mit Radien < r_0 und schirmen die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem betrachteten Elektron und dem Kern voll ab.

Wie groß ist $V_{\ell s}$ für Z = 50, n_s = 20 und r_0 = 1 Å ?

b) Berechnen Sie $V_{\ell s}$ für ein Proton in einem Kern mit der Protonenzahl Z und der Nukleonenzahl A (es wird angenommen, das obige Gleichung für $V_{\ell s}$ auch für Protonen gilt) . Nehmen Sie dazu an, dass sich das betrachtete Proton im Potential V(r) = e U(r) befindet, das durch die Wechselwirkung mit den anderen (Z-1) Protonen entsteht. Das elektrische Potential U(r) ist mit Hilfe der entsprechenden (integralen) Maxwell-Gleichung zu berechnen. Die (Z-1) Protonen können als homogen geladene Kugel (konstante Dichte, Radius der Kugel $R = R_0\, A^{1/3}$) betrachtet werden. Wie groß ist $V_{\ell s}$ für Z = 50 und A = 119 ?

21. Gegeben sind drei verschiedene Kerne, die sich durch sukzessiven radioaktiven Zerfall ineinander umwandeln. Kern 1 zerfällt mit der Wahrscheinlichkeit pro Zeit λ_1 in Kern 2, Kern 2 zerfällt mit λ_2 in Kern 3 und Kern 3 ist stabil. Zur Zeit t = 0 sollen nur Kerne 1 vorhanden sein ($N_1(0) = N_{1,0}$).

a) Stellen Sie das System von Differentialgleichungen für die Anzahlen N_i der Kerne i auf und geben Sie die Lösungen $N_i(t)$ an.

b) Zu welchem Zeitpunkt erreicht die Aktivität des Kerns 2 ($A_2 = \lambda_2 N_2$) ein Maximum und wie groß sind zu diesem Zeitpunkt die Aktivitäten A_1 und A_2 ?