

Kernphysik - Sommersemester 2010

Übungsaufgaben

für das 8. Seminar am 02.06.2010 bzw. 03.06.2010

Abgabe in den Seminaren am 26.05.2010 bzw. 27.05.2010

17. Der Tensor des elektrischen Quadrupolmoments einer Ladungsverteilung $e\rho(\vec{r})$ ist gegeben durch

$$Q_{ij} = \int d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) (3x_i x_j - \delta_{ij} r^2) \quad \text{mit} \quad \int d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) = Z$$

und Z ist die Gesamtzahl der Ladungen. Außerdem gilt $\sum Q_{ii} = 0$.

Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment $Q_0 = Q_{zz}$ für einen Kern mit konstanter Dichte ρ_0 der Protonen und einer Form, die durch ein Rotations-Ellipsoid (Halbachse a in z -Richtung, Halbachsen b in x - und y -Richtung) gegeben ist.

18. Die Quadrupolmomente Q_0 des Deuterons und des ^{181}Ta -Kerns ($Z = 73$) sind 0.286 fm^2 bzw. 600 fm^2 . Berechnen Sie unter Annahme der Bedingungen in Aufgabe 17 die Abweichungen von der Kugelsymmetrie, d.h. $\Delta R / R$ ($\Delta R = a - b$, $R = (a + b)/2$). Die mittleren Kernradien R sind 3.5 fm für das Deuteron und $1.3 \text{ fm A}^{1/3}$ (allgemeine Formel) für den Ta-Kern.

19. Berechnen Sie den gyromagnetischen Faktor g für den Fall, dass nur ein Proton den Kernspin bestimmt, durch explizite Berechnung des Erwartungswertes der z -Komponente des magnetischen Dipolmoments (für $j = \ell + 1/2$ und $j = \ell - 1/2$)

$$g = \mu / (\mu_K j) \quad \text{mit} \quad \mu = \left(\varphi_{j,m_j}, \hat{\mu}_z \varphi_{j,m_j} \right)_{m_j=j} \quad \text{und} \quad \hat{\mu} = (\mu_K / \hbar) \left(g_\ell \hat{\ell} + g_s \hat{s} \right)$$

unter Verwendung der im Anhang angegebenen Wellenfunktion φ_{j,m_j} .

Anhang:

Wellenfunktion φ_{j,m_j} zu $j = \ell + 1/2$ und $j = \ell - 1/2$

$$\varphi_{j,m_j} \Big|_{j=\ell+1/2} = a Y_{\ell, m_j-1/2} \chi_{1/2} + b Y_{\ell, m_j+1/2} \chi_{-1/2} \quad a = \sqrt{\frac{\ell + m_j + 1/2}{2\ell + 1}}$$

$$\varphi_{j,m_j} \Big|_{j=\ell-1/2} = a Y_{\ell, m_j+1/2} \chi_{-1/2} - b Y_{\ell, m_j-1/2} \chi_{1/2} \quad b = \sqrt{\frac{\ell - m_j + 1/2}{2\ell + 1}}$$

Eigenwerte zu $\hat{j}^2, \hat{j}_z, \hat{\ell}^2$ und \hat{s}^2

$$\hat{j}^2 \varphi_{j,m_j} = \hbar^2 j(j+1) \varphi_{j,m_j} \quad \hat{j}_z \varphi_{j,m_j} = \hbar m_j \varphi_{j,m_j}$$

$$\hat{\ell}^2 \varphi_{j,m_j} = \hbar^2 \ell(\ell+1) \varphi_{j,m_j} \quad \hat{s}^2 \varphi_{j,m_j} = \hbar^2 s(s+1) \varphi_{j,m_j} = (3/4) \hbar^2 \varphi_{j,m_j}$$