

Praktikum Aufgabe 6 (15 Punkte)

Informatik für den Studiengang Physik
Dr. Herbert Süße, Institut für Informatik
Ausgabe: 31.5.2007 Abgabe bis: 18.6.2007

1 Nutzung von Funktionen

Das Newton-Iterationsverfahren

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, \dots$$

mit einem vorzugebenden Startwert x_0 dient zur Berechnung einer Nullstelle der Funktion $f(x)$. Ein Abbruch der Iteration erfolgt, wenn die relative Genauigkeitsschranke eps unterschritten wird:

$$\frac{|x_n - x_{n-1}|}{|x_n|} \leq eps$$

Realisieren Sie dieses Iterationsverfahren in einer C-Funktion, wobei die Funktionen $f(x)$ und $f'(x)$ selbst als Parameter (als Funktionspointer) zu übergeben sind. Die Nullstelle wird als Parameter mittels eines Pointers zurückzugeben. Weiterhin sind der Startwert x_0 und die Genauigkeitsschranke eps als Eingabeparameter aufzunehmen (beachten sie, daß die Nullstelle selbst Null oder nahe Null sein kann). Die Funktion selbst soll einen Status (int) zurückzugeben: Dieser ist null, wenn die Nullstelle ordnungsgemäß berechnet wurde und eins, wenn dies nicht der Fall ist. *Beachten Sie: eine Funktion muß nicht unbedingt eine Nullstelle besitzen, dies ist programmtechnisch abzufangen!*

Berechnen Sie ebenfalls die Nullstelle mit dem Intervallschachtelungsverfahren, dabei muß ein Startintervall vorgegeben werden, in dem die Nullstelle liegt.

Berechnen Sie drittens die Nullstelle nach der Regula falsi. Dabei wird im Newton-Verfahren die Ableitung durch den Differenzen-Quotienten ersetzt.

Vergleichen Sie die Anzahl der Iterationsschritte der Verfahren bei gleicher Genauigkeitsschranke! Verwenden Sie dazu die folgenden mathematischen Funktionen:

- a) $f(x) = x^3 - 1.5x^2 + 0.68x - 0.084$ Startintervall $[0; 2]$
- b) $f(x) = x^2 - \sin(x) - 1$ Startintervall $[-1; 0]$
- c) $f(x) = e^{2x} - \sin(x) - 2$ Startintervall $[0; 1]$
- d) $f(x) = e^x - \cos(x) + 2$ Startintervall $[0; 10]$
- e) $f(x) = x^5 - 9x^4 + 34x^3 - 66x^2 + 65x - 25$ Startintervall $[0, 2]$
- f) $f(x) = x^5 - 0.4x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 4x - 1.6$ Startintervall $[0, 2]$

Rufen Sie in einem Hauptprogramm die Funktionen zum Newton-Verfahren, zum Intervallschachtelungsverfahren und zur Regula falsi auf, um eine Nullstelle in dem angegebenen Intervall zu berechnen. Die mathematischen Funktionen und ihre Ableitungen sind folglich selbst als C-Funktionen zu schreiben. Verwenden Sie zur Berechnung der Funktionswerte der Polynome in den Funktionen e) und f) und ihrer Ableitungen das **Horner-Schema!**

Berechnen Sie anschließend im Hauptprogramm die Funktionswerte an den Nullstellen (wenn es eine gibt) und damit den Fehler zur exakten Null (Probe).

Wenn Sie im Praktikum Ihr Programm vorführen, dann ist zusätzlich die Funktion zu visualisieren, von der Sie eine Nullstelle berechnen. Benutzen Sie dazu das Programm gnuplot. Dieses eigentlich interaktive Programm ist nicht interaktiv zu benutzen, sondern direkt aus Ihrem C-Programm zu starten. Dazu dient folgender Programmausschnitt:

```
FILE *fd;
fd=popen("gnuplot","w");
fprintf(fd,"plot sin(x)-exp(x)+x*x-1 \n");
fflush(fd);
pclose(fd);
```

Achtung: pclose(fd); schließt sofort wieder das gnuplot-Fenster. Sie sehen an der Syntax: z.B. wird die Sinus-Funktion mit sin(x), die e-Fkt. mit exp(x) angegeben. Einfache Multiplikationen und Additionen sind wie üblich zu formulieren, z.B. x*x-1 usw.