B. Külshammer
B. Sambale

Ausgabe: 23.06.09
Abgabe: 30.06.09

Gruppentheorie

Übungsblatt 11

Aufgabe 43

Sei G eine Gruppe der Ordnung $2n$, wobei $n \in \mathbb{N}$ ungerade ist. Zeigen Sie, dass G einen Normalteiler H vom Index 2 enthält.

Aufgabe 44

Seien K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$ und U die Untergruppe von $G := \mathrm{GL}(n, K)$, die aus allen oberen Dreiecksmatrizen mit lauter Einsen auf der Hauptdiagonale besteht. Berechnen Sie $N_G(U)$.

Aufgabe 45

Sei $g \in \mathrm{Alt}(n)$ für ein $n \in \mathbb{N}$. Wie kann man am Typ $(k_1, \ldots, k_l)$ von g erkennen, ob $C_{\mathrm{Sym}(n)}(g) \subseteq \mathrm{Alt}(n)$ ist?

Aufgabe 46

(i) Zeigen Sie, dass für $p \in \mathbb{P}$ und $n \in \mathbb{N}$ Gruppen der Ordnungen $4p^n$ und $8p^n$ stets auflösbar sind.

(ii) Beweisen Sie, dass Gruppen der Ordnungen $61, \ldots, 119$ auflösbar sind.

(iii) Zeigen Sie, dass eine Gruppe der Ordnung 120 nicht einfach sein kann.

(iv) Sind $\mathrm{Sym}(5)$ und $\mathrm{SL}(2, \mathbb{F}_5)$ isomorph?