B. Külshammer
B. Sambale

Ausgabe: 09.06.09
Abgabe: 16.06.09

Gruppentheorie

Übungsblatt 9

Aufgabe 34

Seien G eine endliche Gruppe und $\alpha \in \mathrm{Aut}(G)$ mit $\{x \in G : \alpha(x) = x\} = \{1\}$. (Automorphismen mit dieser Eigenschaft heißen **fixpunktfrei**.) Zeigen Sie:

(i) $G = \{\alpha(x)x^{-1} : x \in G\}$.

(ii) Ist $\alpha^2 = \mathrm{id}_G$, so ist G abelsch von ungerader Odnung.

Aufgabe 35

Sei K ein Körper mit $|K| = 3$. Zeigen Sie, dass $\mathrm{GL}(2, K)/Z(\mathrm{GL}(2, K))$ zu $\mathrm{Sym}(4)$ isomorph ist.

Aufgabe 36

Beweisen Sie, dass für jede Gruppe G gilt: Ist $G/Z(G)$ zyklisch, so ist G abelsch.

Aufgabe 37

Zeigen Sie, dass eine endlich erzeugte Gruppe für $n \in \mathbb{N}$ nur endlich viele Untergruppen vom Index n enthält.

Aufgabe 38

Sei H eine Untergruppe einer endlichen Gruppe G, deren Index der kleinste Primfaktor von $|G|$ ist. Zeigen Sie: $H \trianglelefteq G$.