

Gruppentheorie

Übungsblatt 7

Aufgabe 26

- (i) Zeigen Sie: $\mathbb{Z}/120\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}/8\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.
- (ii) Bestimmen Sie die Anzahl der Isomorphieklassen abelscher Gruppen der Ordnung 36.
- (iii) Sei $A := \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$. Bestimmen Sie $T(A)$ und geben Sie zwei verschiedene Untergruppen F_1, F_2 von A mit $A = T(A) \oplus F_1 = T(A) \oplus F_2$ an.

Aufgabe 27

Sei N ein Normalteiler einer Gruppe G mit $N \cong \text{Sym}(3) \cong G/N$. Zeigen Sie, dass G zu $\text{Sym}(3) \times \text{Sym}(3)$ isomorph ist.

Aufgabe 28

Seien G_1, G_2 Gruppen. Konstruieren Sie eine Bijektion zwischen der Menge aller Untergruppen von $G_1 \times G_2$ und der Menge aller 5-Tupel $(H_1, K_1, H_2, K_2, \varphi)$ mit den folgenden Eigenschaften.

- (a) $K_1 \trianglelefteq H_1 \leq G_1$ und $K_2 \trianglelefteq H_2 \leq G_2$.
- (b) $\varphi : H_1/K_1 \rightarrow H_2/K_2$ Isomorphismus.

Aufgabe 29

Finden Sie mit GAP eine endliche Gruppe G , in der nicht jedes Element aus G' ein Kommutator ist.