Versuch 505

Plancksches Strahlungsgesetz

1. Aufgaben

1.1 Die Temperaturabhängigkeit des Strahlungsflusses einer Wolframbandlampe ist für einen engen Spektralbereich zu messen und daraus das Verhältnis der Planckschen zur Boltzmannschen Konstante (h / k) zu ermitteln.

1.2 Die Temperatur einer Wolframbandlampe ist in Abhängigkeit von der aufgenommenen Leistung zu messen. Die Konstante σ des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes ist abzuschätzen.

2. Grundlagen

Stichworte:
Plancksches Strahlungsgesetz, Stefan-Boltzmannsches Gesetz, Wiensches Verschiebungsgesetz, Pyrometer, Photozelle

Als schwarzen Strahler bezeichnet man einen Körper, der auftreffende elektromagnetische Strahlung aller Wellenlängen vollständig absorbiert. Die spektrale Verteilung der Strahlung des schwarzen Körpers wird durch das Plancksche Strahlungsgesetz beschrieben.

$$L_{e\lambda} d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(hc/kT\lambda\right) - 1} \cdot d\lambda \tag{1}$$

$L_{e\lambda} d\lambda$ - emittierte Strahlungsleistung pro Einheit der Oberfläche und des Raumwinkels im Wellenlängenintervall $\lambda \ldots \lambda + d\lambda$
h - Plancksches Wirkungsquantum
c - Lichtgeschwindigkeit
k - Boltzmann-Konstante
T - Temperatur des Strahlers

$L_{e\lambda}$ ist eine sog. Physikalische Strahlungsgröße und wird als spektrale Leistungsdichte (kurz: Spektraldichte) bezeichnet.
Durch Integration über die Wellenlänge und über einen Halbraum erhält man für die Leistung pro Fläche (spezifische Ausstrahlung) das *Stefan-Boltzmannsches Gesetz*

$$M_e = \sigma \cdot T^4 \tag{2}$$

wobei $\sigma = \dfrac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$ beträgt.

Das *Wiensche Verschiebungsgesetz* gibt die Temperaturabhängigkeit der Wellenlänge maximaler Emission an:

$$\lambda T = 2{,}88 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{K} \tag{3}$$

Reale Strahler (z.B. Glühlampen) strahlen bei gleicher Temperatur stets weniger als der schwarze Körper. Das Verhältnis der spektralen Leistungsdichte des betreffenden Körpers zu der eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur bezeichnet man als den spektralen Emissionskoeffizienten ε (λ, T). Einen Körper, bei dem ε unabhängig von der Wellenlänge ist, bezeichnet man als grauen Strahler. Seine Spektraldichte stimmt bis auf einen konstanten Faktor $\varepsilon < 1$ mit der des schwarzen Strahlers überein. Für Wolfram wird im sichtbaren Spektralbereich ein Wert von $\varepsilon = 0{,}47$ angegeben, der von der Wellenlänge λ und der Temperatur T unabhängig ist.

3. Versuchsdurchführung

Die Messung der Temperatur der Wolframbandlampe erfolgt auf optischem Wege mit Hilfe eines Pyrometers, das folgendermaßen arbeitet: Die strahlende Fläche wird in eine Ebene abgebildet, in der sich der Faden einer kleinen Glühlampe befindet. Die Helligkeit dieser Lampe wird so lange verändert, bis das Bild des Glühfadens auf dem Untergrund der strahlenden Fläche verschwindet. Dann ist die Temperatur des Fadens gleich der der Fläche und kann direkt auf einer Skala (°C) abgelesen werden.
Beim Versuch wird die sog. schwarze Temperatur bestimmt. Dazu wird ein Rotfilter in den Strahlengang des Pyrometers gebracht. Bei hoher Temperatur der Wolframbandlampe muß zusätzlich ein Graufilter benutzt werden (Ablesen auf der zweiten Skala!).
Für die spektrale Strahlungsmessung bringt man vor der Lichtquelle ein Interferenzfilter an, das einen engen Spektralbereich ausfiltert. Mittels einer Photozelle (in Verbindung mit einem Verstärker) wird der Photostrom I_p gemessen. Der Photostrom ist proportional zur Strahlungsdichte.

3.1 Messung

Die Wolframbandlampe wird durch ein stabilisiertes Netzgerät mit Gleichstrom von max. 10...12 A gespeist. Es werden für verschiedene Lampenströme I_L (im Abstand von 0.5 A) die Lampenspannung U_L, die (schwarze) Temperatur T (in °C) und der Photostrom I_P gemessen. Der Meßbereich des Strommessers wird dabei nicht verändert, sondern der Verstärkungsfaktor wird so gewählt, daß der Ausschlag am Meßgerät möglichst groß ist. Bei jeder neuen Verstärkerstufe ist bei dunkler Wolframbandlampe der Verstärker wieder auf Null abzugleichen.

3.2 Berechnung von h/k

Im optischen Spektralbereich gilt $\frac{hc}{\lambda} \gg kT$, und man erhält aus dem Planckschen näherungsweise das Wiensche Strahlungsgesetz

$$L_{e\lambda} d\lambda \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left(-hc/kT\lambda\right) d\lambda \tag{4}$$

Somit gilt in einem engen Spektralbereich für den Photostrom der Zelle

$$I_p \sim \exp\left(-hc/kT\lambda\right) \tag{5}$$

Es wird jetzt ln (I_P/I_0) über 1/T dargestellt. I_0 ist eine geeignete Stromeinheit. Mit dem Anstieg

$$B = \frac{\Delta \ln\left(I_P/I_0\right)}{\Delta\left(1/T\right)}$$

erhält man aus Gl. 5

$$\frac{h}{k} = \frac{B}{c}\lambda_F \tag{6}$$

(λ_F - Transmissionswellenlänge des Interferenzfilters)

Der Anstieg B und seine Genauigkeit ΔB sind durch Ausgleichsrechnung zu bestimmen.
Eine Temperaturkorrektur braucht hier noch nicht durchgeführt zu werden, weil diese, wie in 3.3 gezeigt wird, nur eine parallele Verschiebung der Geraden, aber keine Änderung des Anstieges B zur Folge hat.

3.3 Temperaturkorrektur

Da die wahre Temperatur T wegen $\varepsilon < 1$ stets größer als die mit dem Pyrometer bestimmte schwarze Temperatur T_S ist, muß eine Temperaturkorrektur durchgeführt werden. Die wahre Temperatur kann entsprechend

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_S} + \frac{1}{\nu_R} \cdot \frac{k}{h} \cdot \ln \varepsilon \tag{7}$$

berechnet werden (T_S in Kelvin, ν_R-Frequenz des Rotfilters im Pyrometer (λ = 660nm), für k und h können hier die Tabellenwerte verwendet werden.)

3.4 Abschätzung von σ

Die von der Lampe effektiv abgestrahlte Strahlungsleistung P beträgt nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz

$$P = \varepsilon\sigma\left(T^4 - T_1^4\right)A \tag{8}$$

(A-strahlende Fläche, T_1-Zimmertemperatur)

Wir nehmen an, daß im Wolframband die elektrische Leistung völlig in Strahlungsleistung umgewandelt wird. Zur Auswertung tragen wir P über $\left(T^4 - T_1^4\right)$ auf und bestimmen aus dem Anstieg mit $\varepsilon = 0{,}47$ den Wert von σ. Die Größe der strahlenden Fläche muß geschätzt werden.

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Tabellenwert und diskutieren Sie auftretende Abweichungen.

Tabellenwerte

$h = 6{,}6262 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Ws^2}$

$k = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{Ws\,K^{-1}}$

$\sigma = 5{,}6690 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W\,K^{-4}m^{-2}}$