

Versuch 501

Röntgenspektren und Compton - Effekt

1. Aufgaben

- 1.1 Messen Sie das Röntgenspektrum in der ersten Beugungsordnung eines NaCl- Kristalls.
- 1.2 Messen Sie die Transmissionskurven von Kupfer und Zirkonium. Bestimmen Sie daraus die Wellenlänge der Absorptionskante und die Bindungsenergie der Elektronen in der K-Schale von Zirkonium.
- 1.3 Weisen Sie den Compton-Effekt bei der Streuung der Röntgenstrahlen an Aluminium nach.

2. Grundlagen

Stichworte:

Aufbau einer Röntgenröhre, Bremsspektrum, charakteristisches Spektrum, Absorptionskante, Bindungsenergie, Comptoneffekt

2.1 Das Spektrum einer Röntgenröhre

Die 1895 von Konrad Röntgen entdeckten Strahlen sind energiereiche Quanten elektromagnetischer Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen ≈ 1 pm und 2 nm.

Den schematischen Aufbau einer Röntgenröhre zeigt Bild 1.

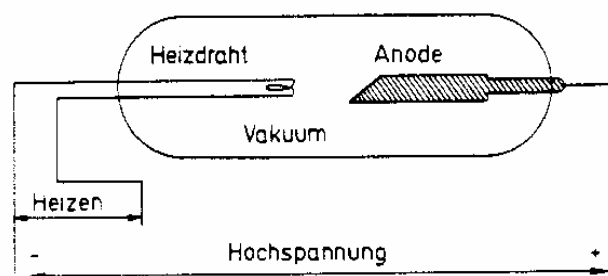


Bild 1: Schematische Darstellung einer Hochvakuum-Röntgenröhre

In einem evakuierten Kolben werden durch die Glühkatode freie Elektronen erzeugt und mittels hoher Spannung zur Anode hin beschleunigt. Beim Aufprall der Elektronen auf der Anode entsteht die Röntgenstrahlung. Das Spektrum der so erzeugten Röntgenstrahlung besteht aus einem Anteil mit kontinuierlichem Frequenzverlauf - dem Bremsspektrum - und einigen intensiven Spektrallinien des Anodenmaterials, die das sogenannte *charakteristische Röntgenspektrum* bilden.

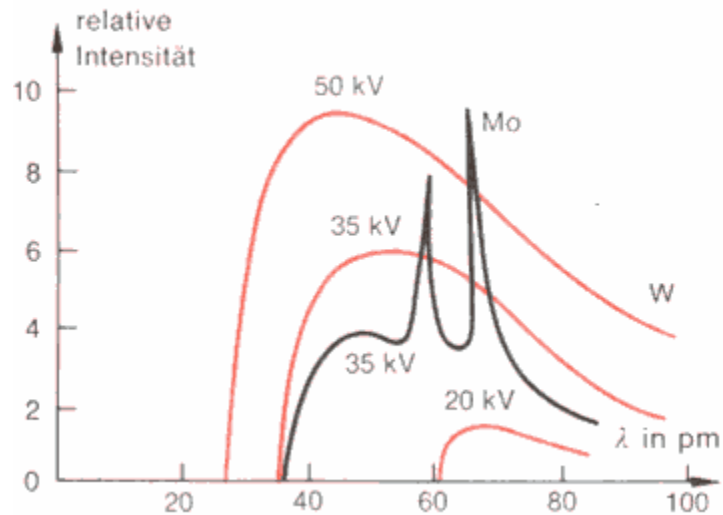


Bild 2: Röntgenspektrum einer Molybdänröhre (35 kV); $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$
 Die Spitzen bei Molybdän sind auf die Anregung der Eigenschwingungen von Elektronen im Atom zurückzuführen.

Das kontinuierliche Bremspektrum entsteht, wenn die in der Röntgenröhre beschleunigten Elektronen in der Anode abgebremst werden, da jede beschleunigte bzw. abgebremste Ladung elektromagnetische Wellen aussendet. Die Frequenzverteilung ist dabei durch die kurzwellige Grenze λ_G charakterisiert, bei der die gesamte kinetische Energie des Elektrons an das Röntgenquant übertragen wird

$$W_{\text{kin}} = eU = \frac{hc}{\lambda_G}$$

Die hochbeschleunigten Elektronen können im Anodenmaterial Atome ionisieren. Wegen der hohen Energie der Elektronen erfolgt die Ionisation durch das Heraus schlagen eines Elektrons vorzugsweise aus einer inneren Schale. Der dabei freiwerdende Platz in der Elektronenschale wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale gefüllt. Bei diesem Übergang wird die Bindungsenergie in Form von charakteristischer Röntgenstrahlung abgestrahlt.

Die auftretenden Spektrallinien werden mit K_α , K_β bzw. K_γ etc. bezeichnet, wenn der Übergang von der L-, M- bzw. N-Schale in eine Lücke in der K-Schale erfolgt

$$(K_\alpha: L \rightarrow K; K_\beta: M \rightarrow K, K_\gamma: N \rightarrow K).$$

Die Energie E der K_α Linie ergibt sich nach dem Gesetz von Moseley zu

$$E = \frac{3}{4} hcR (Z - 1)^2 \quad (1)$$

h... Plancksches Wirkungsquantum, R... Rydberg - Konstante
 ($R = 1.0973731534 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$), Z... Ordnungszahl des Anodenatoms

Es gilt näherungsweise

$$\frac{\lambda}{\text{nm}} \approx \frac{1.24 \text{ keV}}{E} \quad (2)$$

2.2 Beugung von Röntgenstrahlen

Die Wellennatur der Röntgenstrahlen wurde erstmals 1912 durch v. Laue, Friedrich und Knipping bei der Durchstrahlung von Kristallen experimentell nachgewiesen. Wenn Röntgenstrahlen einen Kristall durchdringen, werden sie an den Gitterbausteinen gestreut. Wenn es sich um eine elastische Streuung handelt, hat die gestreute Welle die gleiche Frequenz wie die einfallende Primärwelle. In diesem Fall können die gestreuten Wellen konstruktiv interferieren. Die Bedingung für das Auftreten eines Interferenzmaximum unter dem Winkel ϑ liefert die Braggsche Gleichung (Bild 3)

$$N \lambda = 2 d \sin(\vartheta) \quad (3)$$

d... Netzebenenabstand, n... Beugungsordnung, ϑ ... Braggwinkel, 2ϑ ... Streuwinkel d.h. Winkel zwischen einfallendem und gebeugtem Strahl

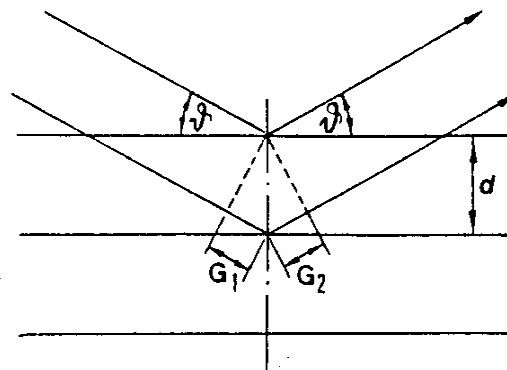


Bild 3: „Braggreflexion“ an einer Netzebenenschar mit dem Netzebenenabstand

2.3 Schwächung von Röntgenstrahlung in Materie

Röntgenstrahlen werden beim Durchgang durch Materie infolge Streuung und Absorption geschwächt. Zwischen der Intensität der einfallenden Welle I_0 und der Intensität I nach Durchdringen einer Probe der Dicke D gilt der Zusammenhang

$$I = I_0 e^{-\tau \cdot D} \quad (4)$$

Der Schwächungskoeffizient γ setzt sich aus einem Anteil der Absorption μ und einem Streuteil σ zusammen.

$$\tau = \mu + \sigma \quad (5)$$

Das Verhältnis der Intensitäten I (der geschwächten Welle) zu I_0 der einfallenden Welle bezeichnet man als Transmission.

Im Wellenlängenbereich von 0.01 nm ... 10 nm ist die Absorption durch Ionisierung der Atome (Photoabsorption) der dominierende Schwächungsprozeß. Eine solche Photo-

absorption kann jedoch nur stattfinden, wenn die Quantenenergie der Röntgenstrahlen $h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ größer oder höchstens gleich der Bindungsenergie der Elektronen im Atom ist. Die Wahrscheinlichkeit für eine Photoabsorption steigt mit zunehmender Wellenlänge bis zu dem Wert an, an dem die Photoenergie auf den Wert der Bindungsenergie in einer bestimmten Schale abgefallen ist (z.B. Grenzwellenlänge λ_K für Ionisation der K-Schale, K-Absorptionskante). Nach einem abrupten Abfall des Absorptionsvermögens erfolgt ein erneuter Anstieg bis zur nächsten Grenzwellenlänge (z.B. λ_L , s. Bild 4). Im Wellenlängenbereich $\lambda < \lambda_K$ gilt in guter Näherung

$$\mu \sim Z^4 \cdot \lambda^3 \quad (6)$$

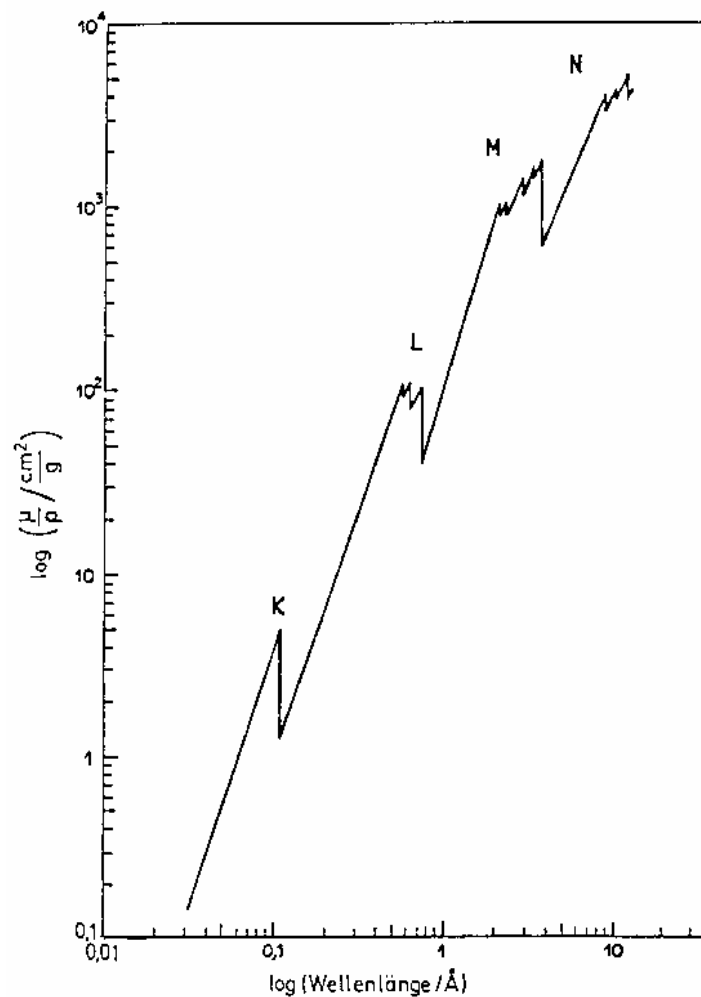


Bild 4: Massenabsorptionskoeffizient = Absorptionskoeffizient μ / Dichte ρ als Funktion der Wellenlänge

2.4 Compton - Effekt

Compton beobachtete 1922, daß bei der Streuung kurzwelliger Röntgenstrahlen eine Wellenlängenverschiebung eintritt. Es handelt sich bei der Compton-Streuung also um eine unelastische Streuung (vgl. 2.2). Strahlung der Wellenlänge λ erfährt bei der

Streuung an den Hüllenelektronen eine Linienaufspaltung. Neben der ursprünglichen Wellenlänge λ_1 tritt eine etwas größere Wellenlänge λ_2 auf:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda \quad (7)$$

Die Ursache dieser Wellenlängenvergrößerung ist die Impulsverminderung, die ein Röntgenquant beim Stoß mit einem Elektron erfährt, da ein Teil des Impulses des einfallenden Photons an das Elektron übertragen wird. Aus der Impulsverringerng folgt eine Wellenlängenänderung, da die Geschwindigkeit der Röntgenquanten konstant (c) ist.

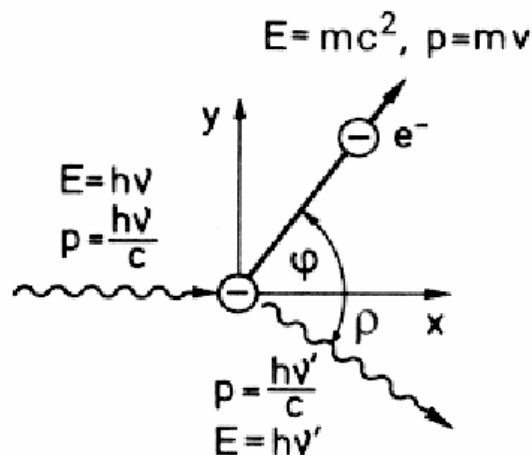


Bild 5: Comptoneffekt

Die Wellenlänge des unelastisch gestreuten Anteils (Compton-Effekt) ist gegeben durch:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{h}{m_e c} \cdot 2 \sin^2 \left(\frac{\rho}{2} \right) \quad 0^\circ \leq \rho \leq 180^\circ \quad (8)$$

wobei ρ der Winkel zwischen der Richtung des gestreuten und des einfallenden Photons ist. Unter Ausnutzung der Wellenlängenabhängigkeit der Transmissionskurve von Kupfer kann man die Wellenlängenverschiebung beim Comptoneffekt bestimmen.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Versuchsziele

- Aufnahme des Spektrums der Röntgenröhre: Das Röntgengerät wird dabei im Spektrometermodus verwendet. Die spektrale Zerlegung erfolgt über einen drehbaren Kristallmonochromator (hier: NaCl – Kristall).

- Transmissionseigenschaften von Kupfer und Zirkonium: Die wellenlängenabhängige Transmission von Cu und Zr wird bestimmt.
- Nachweis des Comptoneffektes: Die Wellenlängenverschiebung des Comptoneffektes wird aus den Transmissionseigenschaften des Kupfers unter Zuhilfenahme der Monochromatoreigenschaft des Zirkoniums ermittelt.

3.2 Kurzbeschreibung des Röntengerätes 42 kV:

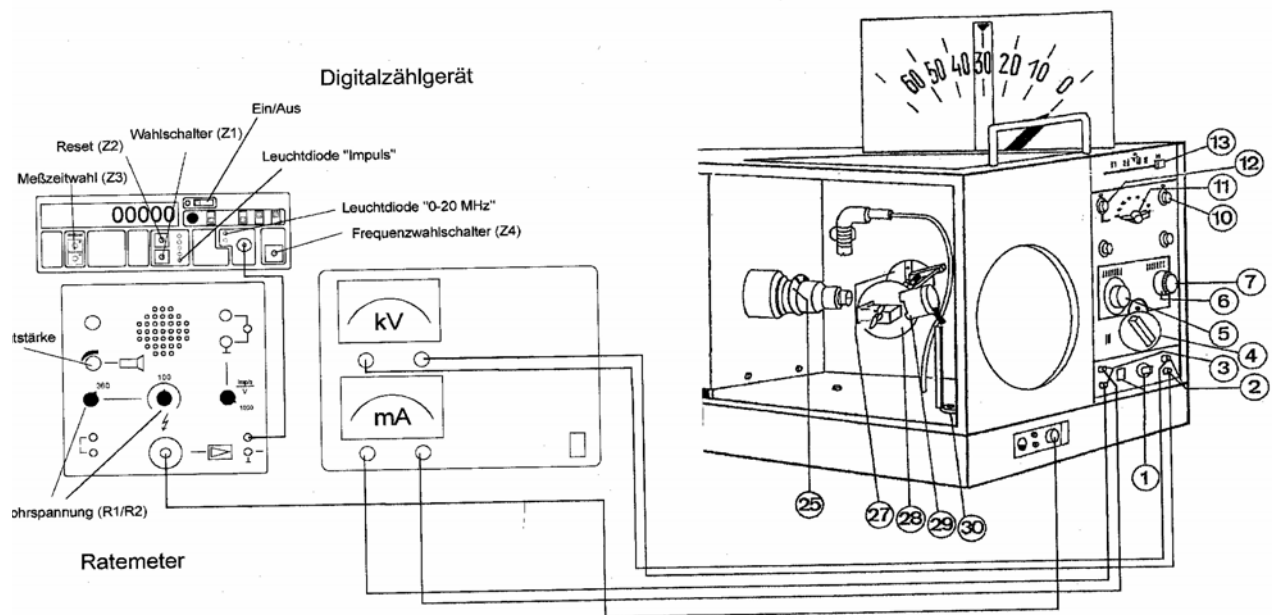


Bild 6:

- | | |
|-----------|--|
| (1) | Netzschalter |
| (2)/(3) | Buchsen für Hochspannung bzw. Emissionsstrom |
| (5) | Drehknopf zur Einstellung des Detektorwinkels (2ϑ) |
| (6) | Drehknopf zur Einstellung des Kristallwinkels (ϑ) |
| (7) | Rändelschraube für die „ ϑ -Kopplung“ |
| (10)/(12) | Hochspannung aus/ein |
| (11) | Stufenschalter für die Hochspannung |
| (13) | Schieber für den Emissionsstrom |
| (25) | Halter für Zirkon- und Kupferfolie |
| (27) | Halteschraube mit Führungsnuten für Zählrohrhalter |
| (28) | Drehtisch zum Auflegen von Kristallen |
| (29) | Schlitz am Zählrohrhalter für Zirkon- und Kupferfolie |
- Am Röntengerät ist der Zeitwahlschalter (4) auf 120 Minuten zu stellen. Der Emissionsstrom I_{EM} wird am Schieber (13) auf 1 mA eingestellt (maximale Schieberstellung). Die Hochspannung U wird bei Stellung 1 mit Stufenschalter (11) eingeschaltet und danach langsam erhöht (vgl. Hinweise am Platz; $U_{max} = 42 \text{ kV} = \text{Stufe } 8$).

Die Konstanz des Emissionsstromes sowie der Hochspannung ist am Ampere- bzw. Voltmeter zu überprüfen.

- Am Ratemeter stellen Sie eine Zählrohrspannung von 460 V ein (360 V am Regler R1, sowie 100 V am Regler R2).
- Das Digitalzählgerät wird im Modus der Impulszählung betrieben (Wahlschalter Z1 mehrmals drücken, bis Leuchtdiode Impuls aufleuchtet). Vor jeder neuen Messung ist der Schalter „Reset“ (Z2) zu drücken, um die Zählrate auf 0 zurückzusetzen. Am Frequenzwahlschalter (Z4) wird 0 - 20 MHz eingestellt.

3.3 Justierung der 2ϑ -Kopplung

Nachdem Sie sich mit dem Gerät vertraut gemacht haben, fixieren Sie den NaCl-Kristall auf dem Goniometer. Danach justieren sie die 2ϑ -Kopplung. Kristall und Detektor sind zum einfallenden Strahl so zu positionieren, daß sie die Winkelposition ϑ bzw. 2ϑ einnehmen. Dabei ist zunächst der Detektor auf $2\vartheta \approx 14.5^\circ$ zu stellen, der NaCl - Kristall wird um den Bragg - Winkel $\vartheta \approx 7.2^\circ$ (Mo K_α ; $\lambda_{K\alpha} = 0.071$ nm) leicht hin- und hergedreht, bis das Detektorsystem maximal reflektierte Intensität anzeigt. Messen Sie dabei die Zählrate wegen der höheren Genauigkeit mit dem Digitalzählgerät, welches an das Ratemeter angeschlossen wird. Am Digitalmeßgerät ist eine Meßzeit von $t = 2$ s einzustellen. Anschließend wird bei diesem 2ϑ -Winkel der NaCl-Kristall leicht um den Bragg-Winkel gedreht, bis auch hier maximal reflektierte Intensität erreicht ist. Dieser Vorgang wird nun mehrmals wiederholt. Nach erfolgter Justage ist die 2ϑ -Kopplung durch festes Anziehen der Rändelschraube (7) herzustellen. Vergleichen Sie die gemessenen Reflexionswinkel für die K_α - und K_β ($\lambda_\beta = 0.063$ nm)-Linie mit den theoretisch für NaCl ($d_{\text{NaCl}} = 282$ pm) zu erwartenden und korrigieren Sie, falls erforderlich, alle nachfolgenden Winkelmessungen entsprechend.

3.4 Aufnahme des Spektrums der Röntgenröhre und der Transmissionskurven von Kupfer und Zirkonium

Messen Sie für verschiedene Winkel ($3^\circ \leq \vartheta \leq 15^\circ$) die Intensität I_0 der Röhre, die Intensität I_{Cu} bei eingelegtem Cu-Blech und die Intensität I_{Zr} bei eingelegtem Zirkoniumblech (Meßzeit jeweils 50 s - vgl. auch Hinweise am Versuchsplatz).

Der gesamte statistische Fehler der Transmissionskurve sollte unter 15 % liegen. Beachten Sie, daß der statistische Fehler einer Messung von der Anzahl der Impulse N abhängt. Wegen $\Delta N = t \cdot \sqrt{N}$ (Poisson-Verteilung) folgt für $t = 3$ (statistische Sicherheit 99,7 %)

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{3 \cdot \sqrt{N}}{N} = \frac{3}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

Bestimmen Sie die Nullrate bei ausgeschalteter Hochspannung. Tragen Sie das emittierte Röntgenspektrum I_0 , sowie die Transmissionskurven $I_{\text{Cu}}/I_0 = T_{\text{Cu}}$ und $I_{\text{Zr}}/I_0 = T_{\text{Zr}}$ als Funktion des Braggwinkels bzw. der Wellenlänge auf.

3.5 Nachweis des Comptoneffektes

Zum Nachweis des Comptoneffektes wird der Detektor in der um 60° gedrehten Nut an der Haltescheibe (27) befestigt. Die Streuung der Röntgenstrahlen erfolgt an einem Aluminiumkörper, der an Stelle des NaCl-Kristalls auf dem Goniometer befestigt wird und der das Reservoir für die Elektronen darstellt. Die verwendete Röntgenstrahlung wird mit einem Zirkon-Filter teilweise monochromatisiert. In guter Näherung kann man von einer mittleren Wellenlänge λ_1 ausgehen. In 2 Stellungen innerhalb der Anordnung wird die Transmission für die gleiche Kupferfolie von 0.07 mm Dicke gemessen (Abbildung 7a und b).

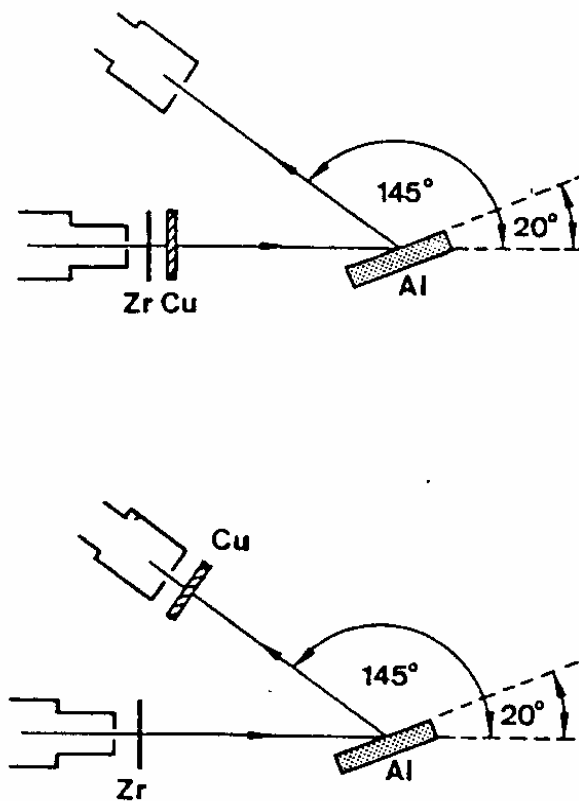


Bild 7: a) Kupfer - Absorber vor dem Streuobjekt
b) Kupfer - Absorber nach dem Streuobjekt

1. Die Kupferfolie befindet sich vor dem Aluminiumkörper, d.h. die Transmission wird für die noch nicht gestreute Strahlung bestimmt (Wellenlänge λ_1): Transmission T_1 . Es gilt: $I_1 = T_1 \cdot I_0$
2. Die Kupferfolie befindet sich hinter dem Aluminiumkörper; man erhält also die Transmission für die gestreute Strahlung (Wellenlänge λ_1 und λ_2): Transmission T_2 .

Vor der Bestimmung der Transmissionswerte muß der Einfluß der Nullrate (Intensität, die auch ohne Anwesenheit von Röntgenstrahlen gemessen wird) auf die Messung berücksichtigt werden. Mit den Transmissionswerten T_1 und T_2 kann man nun aus der Transmissionskurve für Kupfer die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$ ablesen.

Für eine quantitative Auswertung ist anschließend zu berücksichtigen, daß nur ein bestimmter Anteil der einfallenden Strahlung unelastisch gestreut wird. D.h. in der Intensität I_2 ist immer ein Anteil C mit der Transmission T_1 enthalten:

$$I_2 \approx C \cdot T_1 \cdot I_0 + (1 - C) \cdot T_{2\text{korr}} \cdot I_0 \quad (10)$$

Das Verhältniss von unelastisch zu elastisch gestreuter Röntgenstrahlung (d.h. $(1-C)/C$) beträgt für den verwendeten Streuwinkel von 145° ca. 2.23. Mit dem so korrigierten Wert für T_2

$$T_{2\text{korr}} \approx \left(\frac{I_2 / I_1 - C}{1 - C} \right) T_1 \quad (11)$$

erhält man die Wellenlänge λ_2 . Damit wird die Wellenlängenverschiebung mit $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta$ bestimmt.

Literatur:

X. Babinecz, A. Rex, „Röntgengerät 42 kV - Gerätebeschreibung, Gebrauchsanweisung, Versuchsbeschreibungen mit theoretischen Grundlagen“, Leyboldt - Heraeus , 1980