Versuch 420

Messung der Lichtgeschwindigkeit

1. Aufgaben

1.1 Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Luft.

1.2 Bestimmen Sie Lichtgeschwindigkeit und Brechzahl in verschiedenen transparenten Medien (z.B. Wasser, Glas, Kunstharz).

1.3 (für Physikstudenten) Messen Sie die Brechzahl von Luft in Abhängigkeit vom Druck mit dem Löwe-Haber-Interferometer. Die physikalischen Grundlagen und Hinweise zur Versuchsdurchführung entnehmen Sie bitte der Anleitung zum Versuch 415.

2. Grundlagen

Stichworte:
Lichtgeschwindigkeit, Phasengeschwindigkeit, Wellenlänge, Frequenz, Brechzahl, Dispersion, modulierte Leuchtdiode, Phasenverschiebung, Lissajousfiguren, Oszilloskop

2.1 Elektromagnetische Wellen

Die Ausbreitung einer ebenen elektromagnetischen Welle (diese Eigenschaft hat auch das Licht) im Vakuum längs der Koordinate z kann durch einen Ausdruck der Gestalt

$$E\left(z,t\right) = \hat{E}\, e^{2i\pi\left(ft-\frac{z}{\lambda}\right)} \tag{1}$$

beschrieben werden, wobei t die Zeit ist und f & λ Frequenz und Wellenlänge beschreiben. Den imaginären Exponenten $2\pi\left(ft-\frac{z}{\lambda}\right)$ nennt man die Phase φ der Welle. Beobachtet man einen beliebigen Punkt mit konstanter Phase, z.B.

$$\varphi = 2\pi\left(ft-\frac{z}{\lambda}\right) = 0 \tag{2}$$

so bewegt sich dieser mit der Geschwindigkeit c (Phasengeschwindigkeit)

$$c = \frac{dz}{dt} = f \cdot \lambda \tag{3}$$

entlang der Ausbreitungsrichtung z. Beim Durchlaufen eines Mediums mit der Brechzahl n ändert sich die Phasengeschwindigkeit zu

$$c_M = \frac{c}{n} \tag{4}$$

wobei die Stoffkonstante n von der Lichtfrequenz f abhängt (Dispersion n(f) bzw. n(λ)).

2.2 Verfahren zur Lichtgeschwindigkeitsmessung

Die Lichtgeschwindigkeiten in Luft und im Vakuum sind einander ziemlich ähnlich und betragen ungefähr $300000\,\text{km/s}\left(=3\cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ Um diese enorm große Geschwindigkeit als Verhältnis von zurückgelegtem Weg pro Zeitspanne meßtechnisch erfassen zu können, bedurfte es beim früheren Stand der Zeitmeßtechnik möglichst großer Lichtwege (O. Römer benutzte um 1700 astronomische Entfernungen, und bei der Zahnradmethode, die H. Fizeau 1850 erprobte, waren Lichtwege von einigen km erforderlich).

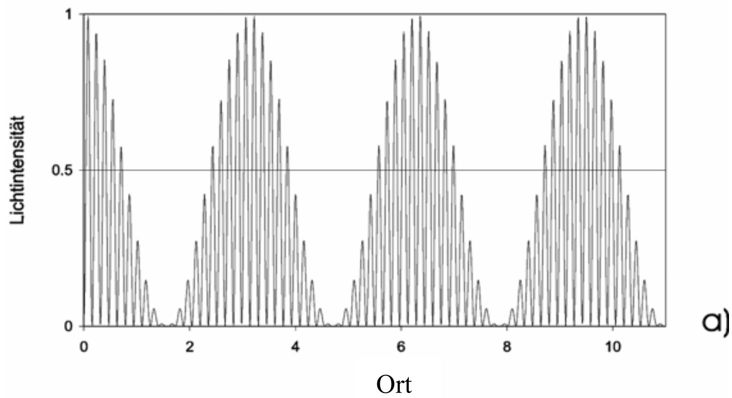
Eine Vereinfachung der Lichtgeschwindigkeitsmessung erreicht man, wenn man ein **Phasenmeßverfahren** benutzt. Dabei wird ein Lichtstrahl in seiner Intensität periodisch mit der Frequenz F moduliert, wie es Bild 1 zeigt. Dabei sind:

F - Modulationsfrequenz [Hz]

$T = \frac{1}{F}$ Modulationsperiode [s]

$\Lambda = c \cdot T = \frac{c}{F}$ Modulationswellenlänge [m]

Die Phasenlage dieser Intensitätsmodulation breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit c aus und hat nach der Zeit $T=\frac{1}{F}$ eine Wegstrecke von $\Lambda = \frac{c}{F}$ zurückgelegt. Bild 1 zeigt beispielhaft zwei Momentaufnahmen einer Welle, die im Zeitabstand von $\frac{T}{2}$ aufgenommen wurden.



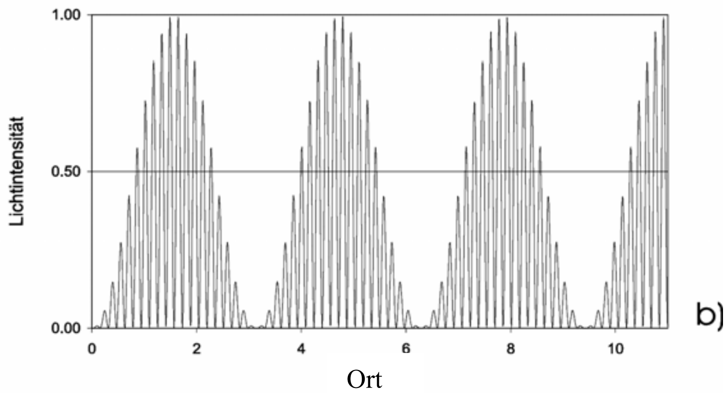


Bild 1: Momentbilder eines modulierten Lichtstrahles, die im Zeitabstand von $t = \frac{T}{2}$ aufgenommen wurden. a) $t = 0$, b) $t = \frac{T}{2}$

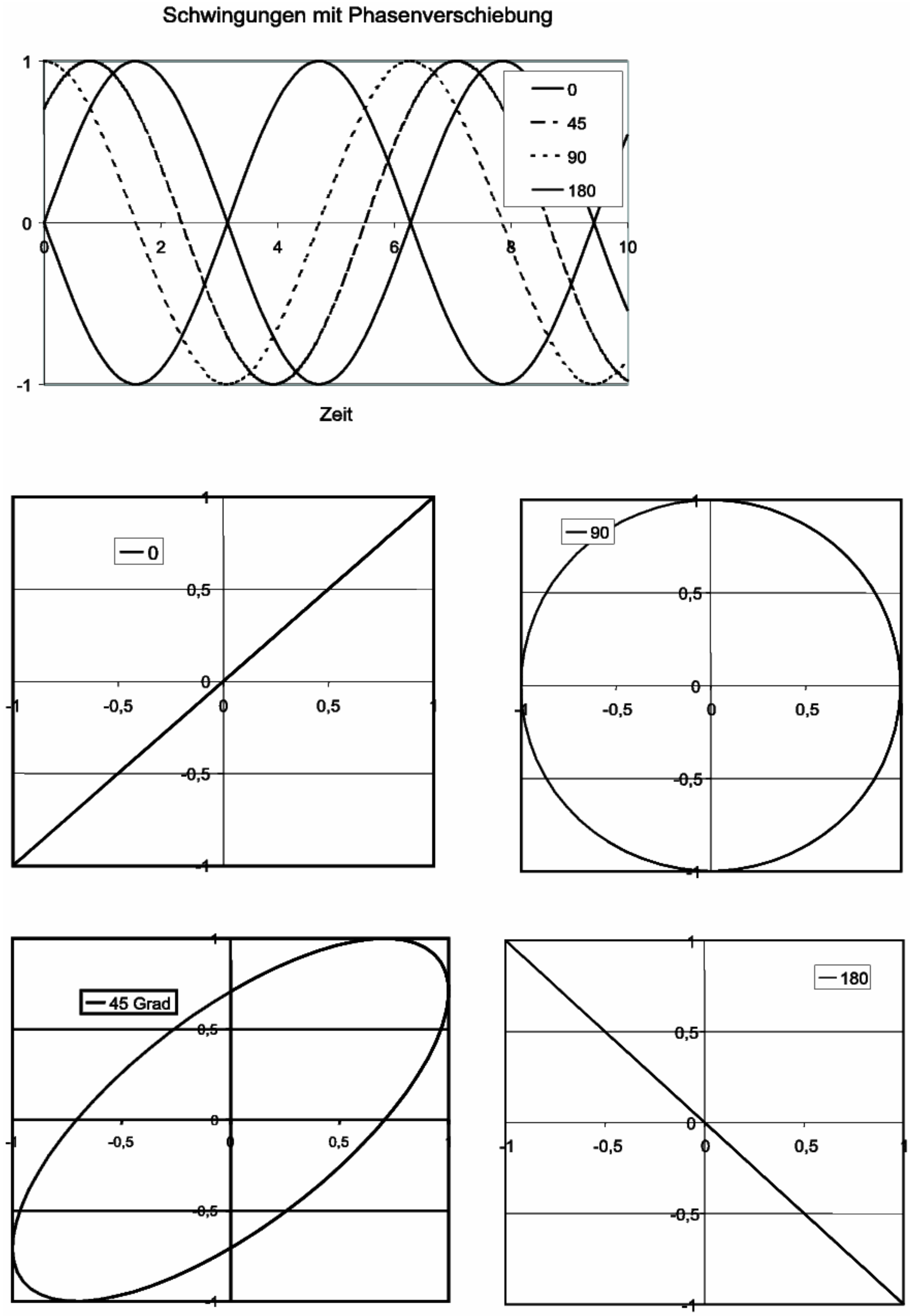
Die Welle ist dabei um $\frac{\Lambda}{2}$ weitergelaufen. Die Welle in b) hat jetzt einen Phasenunterschied von π gegenüber der Welle in a). Die Messung der Phasenunterschiede erfolgt einfach und elegant mit Hilfe von Lissajousfiguren.

2.3 Lissajousfiguren

Phasenverschiebung zwischen 2 periodischen Verläufen X (t) & Y (t) mit

$$X(t) = X_0 \cdot \cos(2\pi\, f_1 t)$$
$$Y(t) = Y_0 \cdot \cos(2\pi\, f_2 t + \varphi)$$

lassen sich bequem mittels Lissajousfiguren darstellen und ausmessen. Dazu betreibt man ein Zweistrahloszilloskop im X-Y-Modus und legt an die beiden Eingänge die Signale X(t) und Y (t) an. Der Elektronenstrahl des Oszilloskops wird jetzt gleichzeitig in Horizontalrichtung mit X (t) und in Vertikalrichtung mit Y(t) abgelenkt. Setzt man voraus, daß $f_1 = f_2$ ist, so wird die entstehende Lissajousfigur signifikant durch die Phasenverschiebung φ zwischen Y (t) und X (t) bestimmt.



2: Phasenverschiebung und Lissajousfiguren

3. Versuchsdurchführung

3.1 Experimenteller Aufbau

Den prinzipiellen Meßaufbau zeigt Bild 3. Er besteht aus einem Betriebsgerät, einer optischen Bank mit Spiegelsystem und einem Oszilloskop. Im Betriebs-gerät befindet sich eine lichtemittierende Diode, deren Abstrahlung mit F = 50,1MHz moduliert wird. Geräteintern wird ein zur Abstrahlung Proportionales Referenzsignal bereitgestellt, das am Geräteausgang X anliegt. Der modulierte Lichtstrahl durchläuft entlang der optischen Bank eine äußere Wegstrecke und wird durch eine Spiegelanordnung auf eine Photodiode zurückgelenkt. Das modulierte aber wegen des längeren Lichtweges in seiner Phase veränderte Empfangssignal liegt am Y-Ausgang an.

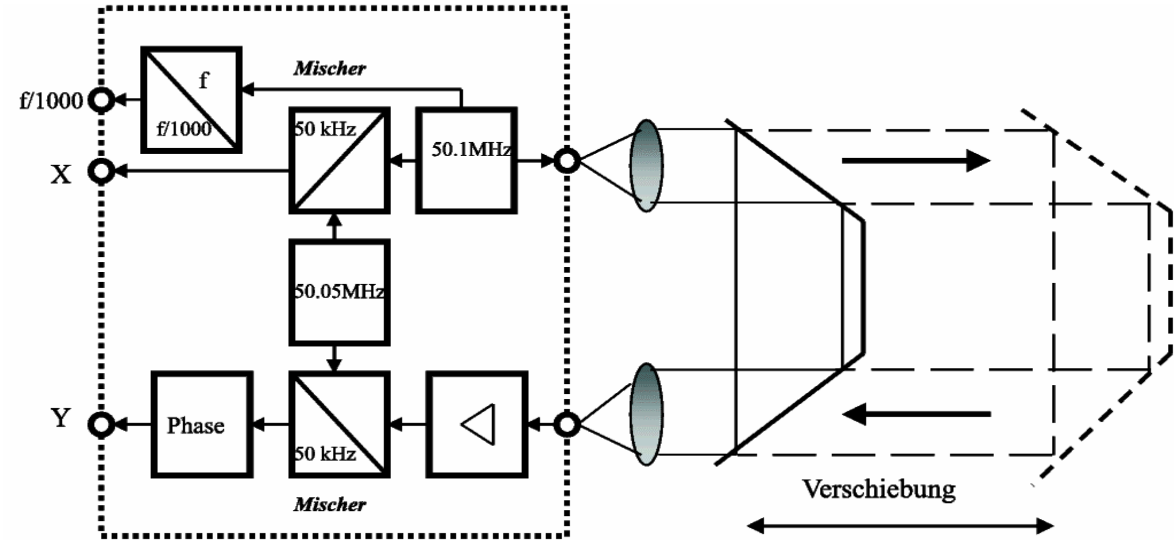


Bild 3: Messaufbau

3.2 Messmethode

Mess- und Referenzsignal werden an die beiden Eingänge eines Zweistrahloszilloskops gelegt. Jetzt kann die Phasenverschiebung, die der Messstrahl beim Zurücklegen des äußeren Weges gegenüber dem Referenzsignal erfährt, durch geschicktes Ausnutzen der Eigenschaften von Lissajousfiguren bestimmt werden. Wir verwenden dazu die beiden Spezialfälle einer schrägliegenden Geraden, d.h. $\varphi = 0$ bzw. $\varphi = \pi$, welche sich sehr genau einstellen lassen.

Bemerkung:
Die Modulationsfrequenz von 50,1MHz (quarzstabilisiert) ist zur Darstellung von Sende- und Empfangssignal auf dem Oszilloskop auf ca. 50kHz herabgesetzt.

3.3 Messung

Um saubere Messwerte zu erhalten, ist eine gute Justierung des Strahlengangs erforderlich. Ein Maß dafür ist die Größe des Signals bei der längsten Verschiebung. Zur Justage der optischen Bauteile im Strahlengang gehen Sie folgendermaßen vor:

1. Sie entfernen die empfängerseitige Linse und den Umlenkspiegelsatz. Nun verschieben Sie die leuchtdiodenseitige Linse längs und quer zur Strahlachse, bis der Strahl i) gut kollimiert ist (Strahlenquerschnitt ändert sich nicht wesentlich) und ii) parallel zur optischen Bank verläuft.

2. Sie setzen die Umlenkspiegelsatz wieder ein und reflektieren den Strahl in Richtung der Empfangsdiode.

3. Sie setzen die empfängerseitige Sammellinse wieder ein und verschieben diese vorsichtig längs und quer zum Strahl, bis das Signal am Oszilloskop maximal wird. Dabei können sie beobachten, daß der Strahl auf die Lichtempfindliche Fläche der Phododioden fokussiert ist.

3.4 Auswertung

3.4.1 Zur Messung der Lichtgeschwindigkeit in Luft wird der Lichtweg um

$$\Delta l = 2 \cdot \Delta x$$

vergrößert (Bild 3), so daß eine Phasenänderung um π von $\varphi = 0$ nach $\varphi = \pi$ bzw. umgekehrt eintritt, d.h. das Licht benötigt für diesen Weg die Zeit

$$\Delta t = \frac{1}{2F}$$

($F = 50{,}1\,\mathrm{MHz}$, Modulationsfrequenz)

Damit ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit in Luft

$$c_L = \frac{\Delta l}{\Delta t} = 2F \cdot 2 \cdot \Delta x = 4 \cdot F \cdot \Delta x \qquad (5)$$

Literaturwert : $c_L = 2.998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

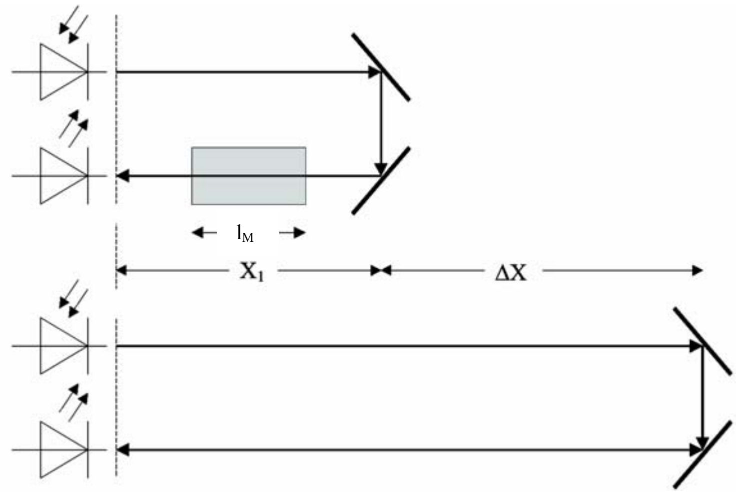


Bild 4: Messung der Lichtgeschwindigkeit in anderen Medien

3.4.2.Die Lichtgeschwindigkeit in Wasser, Glas bzw. Kunstharz, c_M wird durch Vergleich mit der Lichtgeschwindigkeit in Luft c_L gemessen (Bild 4)

Bei der ersten Messung (mit Medium) legt das Licht in der Zeit t_1 eine Gesamtstrecke l_1 zurück.

$$l_1 = 2\,x_1$$

$$t_1 = \frac{1}{c_L}(l_1 - l_M) + \frac{1}{c_M} l_M$$

Bei der 2. Messung (ohne Medium) legt das Licht die Strecke

$$l_2 = l_1 + 2\,\Delta x$$

in der Zeit

$$t_2 = \frac{1}{c_L}(l_1 + 2\,\Delta x)$$

zurück.

Die Phasenbeziehung zwischen Sender- und Empfängersignal ist in beiden Fällen gleich, denn die Form und Lage der Lissajousfigur ist ja gleich geblieben.
Also gilt:

$$t_1 = t_2 + \frac{k}{F}; \quad k = 0, 1, 2...$$

Damit erhält man die Brechzahl

$$n = \frac{c_L}{c_M} = \frac{2 \cdot \Delta\,x}{l_M} + 1 + \left(\frac{c_L}{F \cdot l_M}\right) \cdot k \tag{6}$$

Das noch unbekannte k schätzen wir folgendermaßen ab:
In Wasser ist die Meßstrecke l_m = 1 m, damit wird der Term

$$k \cdot \frac{c_L}{F \cdot l_M} \approx 6 \cdot k$$

in Kunstharz mit l_m = 30 cm bekommt man

$$k \cdot \frac{c_L}{F \cdot l_M} \approx 20 \cdot k$$

Aus der erwarteten Größenordnung für die Brechzahl ($n \approx$ ...) läßt sich schließen, dass

$$k = 0\,, \quad \text{also} \quad t_1 = t_2 \tag{7}$$

ist. Obige Formeln sind sinngemäß zu verändern, wenn der Lichtstrahl das Medium zweimal durchläuft!