Versuch 314

Wechselstrombrücke

1. Aufgaben

1.1 Messung der Induktivität von zwei Spulen.

1.2 Messung der Gesamtinduktivität zweier Spulen in Reihenschaltung bei

a) gleichsinniger

b) gegensinniger Kopplung

Graphische Darstellung der Gesamtinduktivität in Abhängigkeit vom Kopplungsgrad (Spulenabstand).
Vergleich mit der Theorie!

1.3 Messung der Kapazität von zwei Kondensatoren.

1.4 Messung der Gesamtkapazität der zwei Kondensatoren in

a) Parallelschaltung

b) Reihenschaltung

Vergleich mit den aus beiden Einzelkapazitäten berechneten Werten.

2. Grundlagen

Stichworte:
Induktivität, Kapazität, komplexe Widerstände, Brückenschaltung, Oszilloskop, Phasenverschiebung

2.1 Wechselstromwiderstände

Im Gleichstromkreis ist der Widerstand einer Spule identisch mit dem ohmschen Widerstand ihrer Drahtwicklung. Bei Wechselstrom hingegen besitzt sie einen frequenzabhängigen sogenannten *Blindwiderstand* vom Betrag:

$$B_L = \omega L \tag{1}$$

(ω... Kreisfrequenz, L ... Induktivität) welcher mit dem ohmschen Anteil (*Wirkwiderstand*) in Reihe geschaltet ist. Der Gesamtwiderstand *(Scheinwiderstand*) ergibt sich durch vektorielle Addition in der komplexen Zahlen-ebene (Zeigerdiagramm):

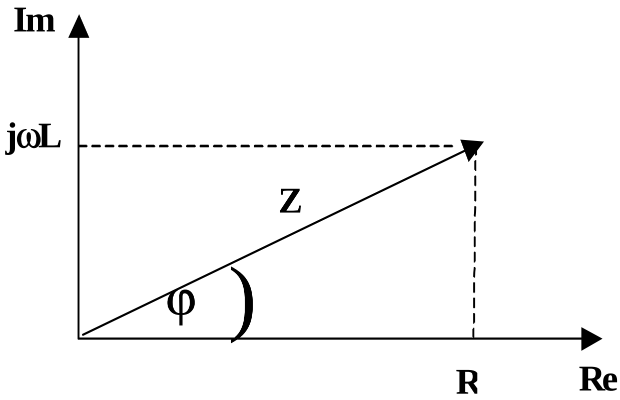


Bild 1: Zeigerdiagramm für den Widerstand einer Spule

Scheinwiderstand $Z = R + j\,\omega\,L$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega\,L)^2}$$

Phasenwinkel $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega\,L}{R}\right)$

(Spannung eilt Strom voraus !)

Bei einem Kondensator liegen analoge Verhältnisse vor. Hier wird ein Blind-widerstand ($B_C = \frac{1}{\omega\,C}$; C ... Kapazität) zum (nahezu unendlich großen) ohmschen Widerstand *parallel* geschaltet. Es addieren sich die Leitwerte. Der Phasenwinkel wechselt das Vorzeichen. (Lesen Sie dazu auch die entspreche Literatur, z.B. /1/, /7/..!).

Bei Reihenschaltung von Spulen bzw. Kondensatoren addieren sich die ohmschen bzw. Blindwiderstände jeweils einzeln. Gleiches gilt bei Parallelschaltung für die Leitwerte. Daraus folgt für Induktivitäten bzw. Kapazitäten:

$$\text{Reihe:}\quad L_{ges} = L_1 + L_2 + \ldots \qquad \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \tag{2}$$

$$\text{Parallel:}\quad \frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots \qquad C_{ges} = C_1 + C_2 + \ldots$$

2.2 Kopplung von Spulen

Spulen koppeln durch die Überlagerung (gleichsinnig oder gegensinnig) ihrer Magnet-felder. Die Induktivität einer Luftspule beträgt

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \tag{3}$$

(N...Windungszahl, A... Spulenquerschnitt, l... Spulenlänge)

Eine zweite Spule gleichen Querschnitts A und gleicher Länge l, aber anderer Windungszahl N' hat die Induktivität

$$L' = \mu_0 \frac{N'^2 A}{l} \tag{4}$$

Schiebt man beide Spulen ineinander und schaltet sie gleichsinnig in Reihe (gleiche Stromflußrichtung), so entspricht das einer Spule mit der Windungszahl $N_G = N + N'$. Die Gesamtinduktivität ergibt sich dann zu

$$L_G = \mu_0 \frac{(N + N')^2}{l} A = \mu_0 \frac{A}{l} (N^2 + N' + 2 N N')$$

$$= L + L' + 2 \sqrt{L L'} \tag{5}$$

Bei ungekoppelten Spulen ist die Gesamtinduktivität die Summe der Einzelinduktivitäten. Der Summand $2\sqrt{L L'}$ stellt also den Kopplungsanteil dar. Bei entgegengesetzter Stromrichtung (Gegenkopplung) ergibt sich

$$L_G = L + L' - 2 \sqrt{L L'} \tag{6}$$

Sind die Spulenquerschnitte unterschiedlich $A' < A$, so ist der Kopplungsanteil

$2 \sqrt{L L'} \cdot \sqrt{\frac{A'}{A}}$. Für kreisförmige Querschnitte mit den Radien r und r' ist der Kopplungsanteil $2 \sqrt{L L'} \cdot \frac{r'}{r}$.

Sind die Spulen um die Länge x gegeneinander verschoben, so verringert sich die Kopplung (bei Vernachlässigung des Streufeldes außerhalb des Spuleninneren) um den Faktor $\frac{l - x}{l}$ (relative Überlappung). Für $x > l$ verschwindet die Kopplung.

Zusammenfassend erhält man also

$$\begin{aligned} L_G &= L + L' \pm 2 \frac{l - x}{l} \frac{r'}{r} \sqrt{L \cdot L'} && x < l \\ L_G &= L + L' && x \geq l \end{aligned} \tag{7}$$

3. Versuchsdurchführung

Die Wechselstrombrücke wird entsprechend Bild 2 geschaltet. Als Nullindikator für den Brückenabgleich wird ein Oszilloskop verwendet. Die Speisespannung von einem Tonfrequenzgenerator wird zur Potentialtrennung über einen Übertrager angelegt.

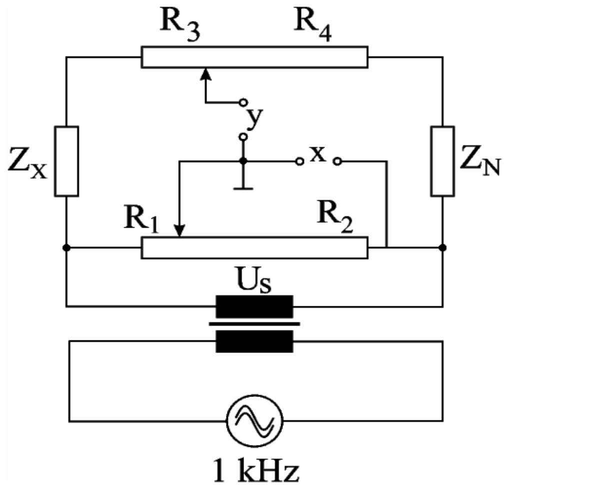
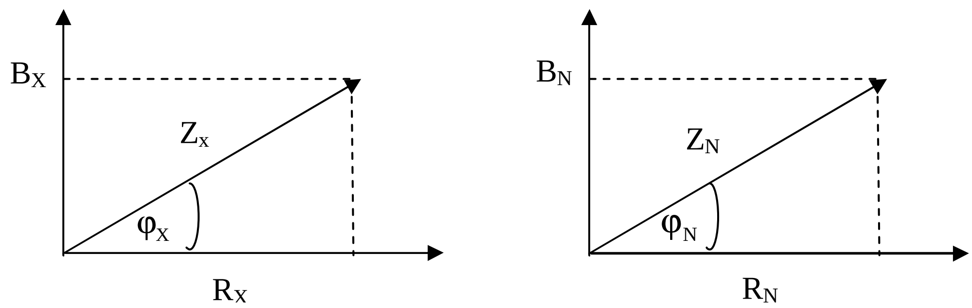


Bild 2: Meßschaltung

x, y - Anschlüsse für den x bzw. y - Eingang des Oszilloskops
U_S - Speisespannung, $R_1 + R_2 = 1\,k\Omega$, $R_3 + R_4 = 100\,\Omega$

Brücken- und Speisespannung werden an die y - bzw. x - Ablenkung des Oszilloskops gelegt und erzeugen dabei eine Lissajousfigur. Diese ist im allgemeinen Fall eine Ellipse. Im abgeglichenen Zustand verschwindet die Brückenspannung und die Lissajousfigur ist eine waagerechte Gerade. Da mit dem Oszilloskop die y - und x - Spannung gegen ein gemeinsames Massepotential gemessen werden müssen, wird als x-Spannung nicht die volle Speisespannung U_S verwendet, sondern nur der (phasengleiche) Spannungsabfall über R_2, also U_2 . Der Abgleichvorgang verläuft in zwei Schritten:

Ausgangssituation (allgemeiner Fall, dargestellt für Induktivitäten)



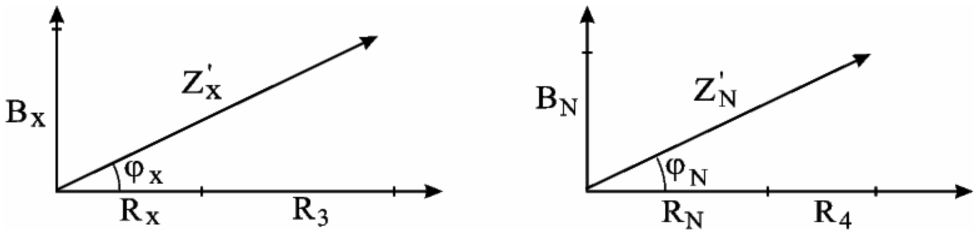
Meßzweig

Vergleichszweig

$$\varphi_x \neq \varphi_N \qquad \frac{Z_x}{Z_N} \neq \frac{R_1}{R_2} \qquad \text{Oszibild : Ellipse}$$

1. Phasenabgleich :

R_3 / R_4 so einstellen, daß die Ellipse zur Geraden wird (man schaltet zu R_x und R_N je einen Hilfswiderstand (R_3 bzw. R_4) in Reihe, so daß sich in beiden Zweigen dasselbe Verhältnis Blind-/Wirkwiderstand ergibt):



$$\frac{B_x}{R_x + R_3} = \frac{B_N}{R_N + R_4} \quad \text{; die Phasenwinkel sind damit gleich}$$

$$\varphi_x = \varphi_N \qquad \frac{|Z'_x|}{|Z'_N|} \neq \frac{R_1}{R_2} \qquad \text{Oszilloskopbild : schrägliegende Gerade}$$

2. Brückenabgleich:

R_1 / R_2 so einstellen, daß die Gerade waagerecht liegt (der Spannungsteiler R_1 / R_2 wird in eine Stellung gebracht, bei der die Gesamtspannung U_S zwischen R_1 und R_2 im gleichen Verhältnis geteilt wird wie zwischen $|Z'_x|$ und $|Z'_N|$, d.h. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{|Z'_x|}{|Z'_N|}$; die Spannung an y ist damit gleich Null).

Da im abgeglichenen Zustand sowohl die ohmschen als auch die Blindanteile von Z'_x und Z'_N jeweils im Verhältnis $R_1 : R_2$ stehen, d.h.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{B_x}{B_N} = \frac{R_x + R_3}{R_N + R_4} \quad \text{folgt sofort} \quad \frac{L_x}{L_N} = \frac{R_1}{R_2} \tag{8}$$

Für Kapazitäten sieht das Zeigerdiagramm zwar etwas anders aus. Der Abgleich funktioniert aber genauso. Man erhält:

$$\frac{C_x}{C_N} = \frac{R_2}{R_1} \tag{9}$$