

Versuch 210

Thermohaus

Im Versuch untersuchen Sie die Wärmeleitung in Festkörpern und lernen dabei typische Eigenschaften eines Diffusionsvorgangs kennen. An einem Modellhaus mit auswechselbaren Seitenwänden messen Sie den Wärmedurchgang und bestimmen daraus die Wärmeleitfähigkeiten und die thermischen Diffusionskonstanten der Wandmaterialien.

1. Aufgaben

- 1.1 Messen Sie bei periodischer Heizung über einen Zeitraum von etwa einer Stunde die Oberflächentemperaturen auf den Innen- und Außenwänden des Thermohauses. Bestimmen Sie sowohl aus der Dämpfung als auch aus der Phasenverschiebung der Temperaturwellen die thermische Diffusionskonstanten (*Temperatur-Leitwert*) der Wandmaterialien.
- 1.2 Messen Sie bei konstanter, geregelter Heizung die Oberflächentemperaturen auf den Innen- und Außenwänden des Thermohauses. Bestimmen Sie die Wärmedurchgangszahlen (*k*-Werte) dieser Wände und berechnen Sie daraus die Wärmeleitfähigkeit Λ des jeweiligen Materials.

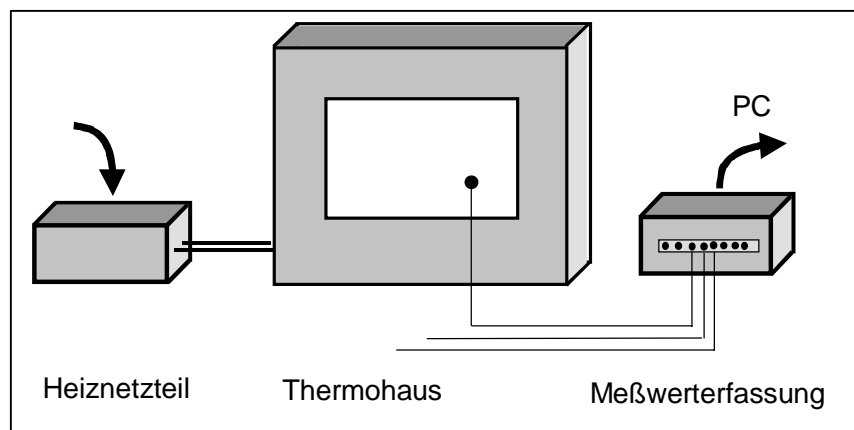


Bild 1: Prinzipieller Versuchsaufbau, bestehend aus Heiznetzteil, Thermohaus mit Temperaturfühlern, Messwerterfassungssystem und PC.

- 1.3 Schätzen Sie den (minimalen) Wärmeleistungsbedarf eines Einfamilienhauses (120 m² Wohnfläche auf 2 Etagen) ab, der benötigt wird, um bei einer Außentemperatur von 5 °C mindestens eine Zimmertemperatur von 20 °C aufrecht zu erhalten. Der mittlere *k*-Wert aller Wände soll zu $k = 0,5 \text{ W}/(\text{K m}^2)$ angenommen werden.

2. Grundlagen

Stichworte:

Formen des Wärmeenergie-transportes, Wärmeleitungsgleichung, thermische Wellen, Wärmeleitfähigkeit, thermische Diffusionskonstante, Temperaturleitwert, Wärmeübergang, Wärmedurchgangszahl, k - Wert

2.1 Formen der Wärmeübertragung

Durch die Trennwand zwischen thermodynamischen Systemen mit unterschiedlichen Temperaturen und damit unterschiedlichen kinetischen Energien wird von dem System mit der höheren Temperatur Wärme an das System mit der niedrigeren Temperatur abgegeben. Der *Wärmedurchgang* lässt sich gemäß Bild 2 in die drei Übertragungsmechanismen *Wärmeleitung*, *Konvektion* und *Wärmestrahlung* einteilen

2.2 . Wärmeübertragungsmechanismen

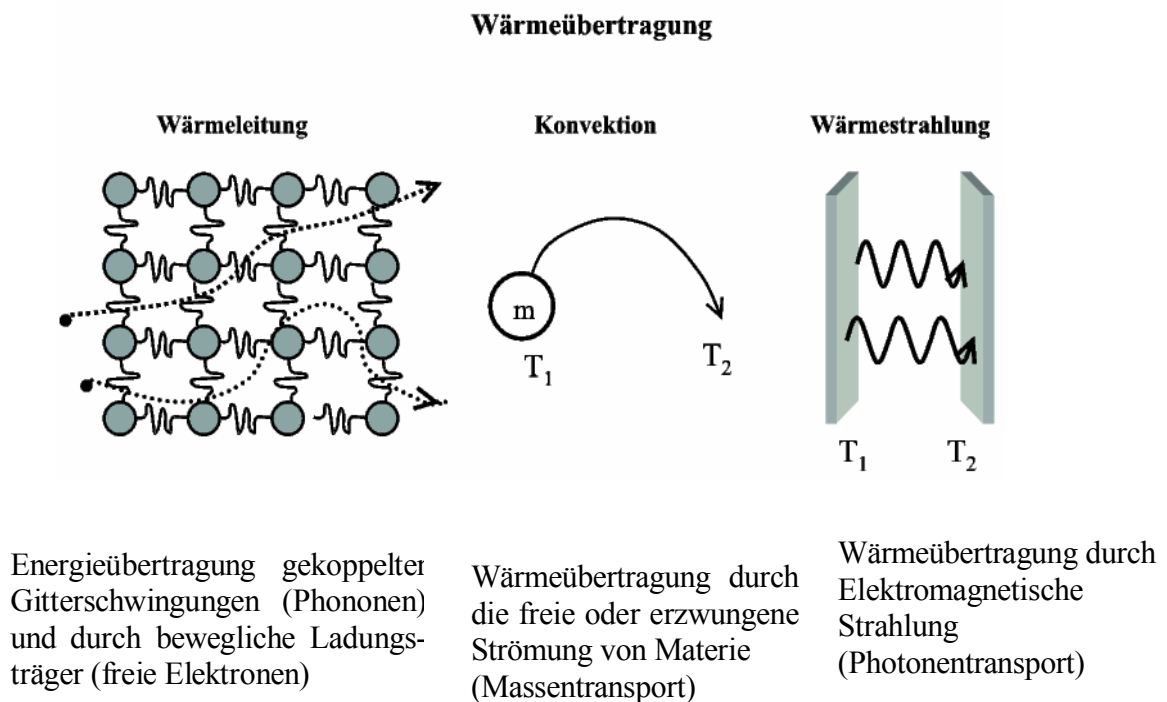


Bild 2: Wärmeübertragungsmechanismen

In Festkörpern tritt nur *Wärmeleitung* in Form der Übertragung von Schwingungsenergien benachbarter Moleküle und von kinetischer Energie der Leitungselektronen auf.

In Flüssigkeiten kommt es auch ohne von außen aufgeprägter Zwangsströmung zu Strömungen erwärmter Teilmengen und damit zur *freien Konvektion*. Wird die Flüssigkeit durch äußere Druckkräfte in Bewegung versetzt, so wird dieser Wärmetransportmechanismus als *erzwungene Konvektion* bezeichnet. In stehenden Flüssigkeiten bestimmt die Wärmeleitung den Wärmetransport.

Mit Ausnahme dünner ruhender Gasschichten, in denen die Wärmeleitung nicht vernachlässigbar ist, dominieren in Gasen die Konvektion und die *Wärmestrahlung* zwischen den Wänden des Gasvolumens.

Im Vakuum ist der Wärmetransport durch Wärmestrahlung der einzige Wärmeübertragungsmechanismus.

2.2 Wärmeleitung

Den Zusammenhang zwischen der Ursache eines Wärmetransports, nämlich dem räumlichen Temperaturgradienten $\partial T / \partial n$ in einer Raumrichtung n , und der in der Zeitspanne Δt durch eine Grenzfläche A ($A \perp n$) transportierten Wärmemenge ΔQ , der Wärmestromdichte, beschreibt das *Fouriersche Grundgesetz des molekularen Wärmetransports*:

$$j = -\Lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

mit dem Temperaturgradienten

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} = \text{grad}T \quad (2)$$

und der Proportionalitätskonstanten Λ , der *Wärmeleitfähigkeit* (Maßeinheit $W/(K \cdot m)$). Die Wärmeleitfähigkeitswerte der Stoffe sind sehr unterschiedlich. In Gasen ist die Wärmeleitfähigkeit besonders gering, weil die Dichte der energietransportierenden Moleküle niedrig ist. Sie ist besonders hoch (z. B. in Metallen), wenn zusätzlich zum Energietransport von Schwingungsenergie der Atomrümpfe auch die frei bewegliche Elektronen bei Stoßprozessen Energie transportieren. In guten elektrischen Leitern ist bei nicht zu tiefen Temperaturen nach dem *Wiedemann-Franz'schen Gesetz* die Wärmeleitfähigkeit Λ proportional zur elektrischen Leitfähigkeit. Isolatoren, beispielsweise die nichtmetallischen Baustoffe, sind hingegen schlechte Wärmeleiter. Ruhende Gasschichten in Poren oder zwischen Mineral-, Glas-, Holz- oder Korkfasern vermindern die Wärmeleitfähigkeit erheblich.

Poröse, luft- oder schwergasgeschäumte sowie faserartige Stoffe mit einer Wärmeleitfähigkeit unter $\Lambda = 0,1 \text{ W/K} \cdot \text{m}$ werden als *Wärmedämmstoffe* bezeichnet.

Herleitung der Wärmeleitungsgleichung

Wir betrachten in Bild 3 ein Volumenelement dV , in dem eine Wärmequelle mit der Leistungsdichte h platziert ist. Nach dem Energieerhaltungssatz hat eine Energiezufuhr ΔQ von außen eine Erhöhung der inneren Energie ΔU sowie einen Wärmestromabfluss ΔI zur Folge:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta J \cdot \Delta t \quad (3)$$

Dabei gelten:

$$\Delta Q = h \cdot dV \cdot \Delta t$$

$$\Delta U = c \cdot dm \cdot (\partial T / \partial t) \cdot \Delta t$$

$$\Delta J = [j_x(x+dx) - j_x(x)] dydz + [j_y(y+dy) - j_y(y)] dx dz + [j_z(z+dz) - j_z(z)] dx dy$$

Hierbei sind: c -spezifische Wärme, $dm = \rho \cdot dV$ die Masse des Volumenelements, h die Heizleistungsdichte und $j_k(r)$ die Komponenten des Wärmestroms am Ort r durch die Oberfläche dA des Volumenelements. Zur übersichtlicheren Darstellung lassen wir im weiteren nur einen Wärmestrom in x -Richtung zu. Dann folgt:

$$c \cdot dm \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = h \cdot dV - [j_q(x+dx) - j_q(x)] \cdot dydz$$

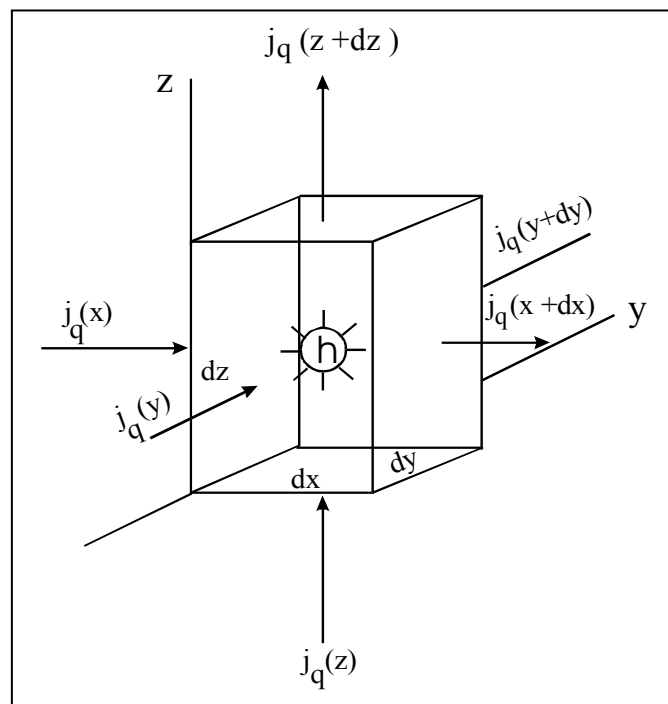


Bild 3: Wärmeströme j_q durch die Oberfläche eines Volumenelementes $dV = dx dy dz$ bei vorhandener Wärmequellendichte h

In einem infinitesimalen Volumenelement kann die Wärmestromdichte in eine Reihe entwickelt werden, z. B.

$$j(x+dx) = j(x) + \left(\frac{\partial j(x)}{\partial x} \right) \cdot dx \quad (4)$$

Damit ergibt die Differentialgleichung für den Transport durch Wärmeleitung:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = h - \frac{\partial j(x)}{\partial x} \quad (5)$$

Die Elimination der Wärmestromdichten in Gl.(4) mit Hilfe von Gl.(1) führt auf die Bestimmungsgleichung für den räumlichen Verlauf der Isothermen und das zeitliche Verhalten des skalaren Temperaturfeldes $T(x, y, z, t)$:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = h + \Lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (6)$$

Die Größe $\frac{\Lambda}{\rho \cdot c}$ heißt Temperatur-Leitwert oder thermische Diffusionskonstante. Rand- und Anfangsbedingungen bestimmen die Lösungsfamilien der partiellen Differentialgleichung Gl. (6). Interne Wärmequellen können vernachlässigt werden (d.h. $h = 0$), wenn die Lösungen nur für den wärmequellenfreien Bereich des Temperaturfeldes gesucht und die Wärmequellen bei der Wahl der Randbedingungen berücksichtigt werden.

Stationärer Fall:

Im *stationären Fall* sind die Temperaturen zeitlich konstant, d.h. $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Das stationäre, wärmequellenfreie Temperaturfeld folgt aus der Lösung der *Laplace-Gleichung*

$$\Lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

Dieser Differentialgleichungstyp kommt auch in anderen Bereichen der Physik, beispielsweise in der Elektronik, vor. Die dort für spezielle Randbedingungen experimentell gefundenen Lösungen können auf Wärmetransportprobleme übertragen werden (man spricht vom *elektrischen Analogon der Wärmeleitung*).

Nichtstationärer Fall:

Im allgemeinen Fall ist die Wärmezufuhr $h(t)$ zeitabhängig. Ein besonders einfacher nichtstationärer Fall tritt bei periodischer Oberflächenheizung $h(t) = h_0 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$ mit der Heizfrequenz f auf. Als Lösung der Wärmeleitungsgleichung erhält man wellenartige Lösungen für die zeitperiodische Temperaturänderung im Abstand x von der Heizquelle, die sogenannten Temperaturwellen $T(x, t)$:

$$T(x, t) = T_0 \cdot e^{\left(\frac{x}{\mu}\right)} \cdot \sin(2\pi f \cdot t - \varphi) \quad (8)$$

mit den Abkürzungen $\mu = \sqrt{\frac{a}{\pi \cdot f}}$, $\varphi = \frac{x}{\mu} = \frac{x \cdot \sqrt{\pi \cdot f}}{\sqrt{a}}$ und $a = \frac{\Lambda}{\rho \cdot c}$ (9)

Diese thermischen Wellen zeigen das typische Diffusionsverhalten: sie sind in Ausbreitungsrichtung stark gedämpft und erfahren eine von der durchlaufenen Wegstrecke x abhängige Phasenverschiebung φ . Als charakteristische Kenngröße tritt hier die

thermische Diffusionskonstante $a = \Lambda / (\rho \cdot c)$ mit der Dimension $[a] = \text{m}^2/\text{s}$ auf. Die Dämpfungslänge der Temperaturwellen ist die thermische Diffusionslänge μ , zu der auch immer eine Phasenverschiebung $\varphi = x/\mu$ zwischen den oszillierenden Temperaturen an den Orten $x = 0$ und x gehört.

2.3. Wärmeübergang und Wärmedurchgang bei unterschiedlichen Materialien

Zur Bestimmung des Wärmedurchgangs durch unterschiedliche Materialien benutzen wir ein Modellhaus mit auswechselbaren Seitenwänden aus unterschiedlichen Materialien. Betrachten wir zuerst den stationären Fall:

Innenraum- und Außenlufttemperatur sollen konstant sein. Es werden gemäß Bild 4 die Oberflächentemperaturen an den Innen- und Außenseiten der Wände gemessen. Der konstante Wärmeenergiefluß $P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ durch eine homogene, ebene Wand hindurch wird durch den Wärmeübergang zwischen Innenraumluft und Wand sowie zwischen Wand und Außenluft sowie durch die Wärmeleitung in der Wand bestimmt. P ist abhängig von der Wandfläche A und den jeweiligen Temperaturdifferenzen. Wir bezeichnen die gemessenen Temperaturen mit den Indizes L, W für Luft bzw. Wand und i, a für innen bzw. außen.

1) Wärmeübergang Innenluft-Wand, (α_1 Wärmeübergangskoeffizient innen):

$$P = \alpha_1 \cdot A \cdot (T_{Li} - T_{Wi}) \quad (10)$$

2) Wärmeübergang Wand-Außenluft, (α_2 Wärmeübergangskoeffizient außen):

$$P = \alpha_2 \cdot A \cdot (T_{Wa} - T_{La}) \quad (11)$$

3) Wärmeleitung in der Wand, ($d = \text{Dicke}, \Lambda = \text{Wärmeleitfähigkeit}$):

$$P = (\Lambda/d) \cdot A \cdot (T_{Wi} - T_{Wa}) \quad (12)$$

Die Umformung und Addition dieser 3 Gleichungen liefert:

$$P = k \cdot A \cdot (T_{Li} - T_{La}) \quad (13)$$

wobei k als Wärmeübergangskoeffizient oder k -Wert bezeichnet wird. Es gilt:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\Lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad \text{bzw.} \quad k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\Lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (14)$$

Die nur vom Material und der Wanddicke abhängige Größe $\frac{\Lambda}{d}$ heißt Wärmedurchlaßkoeffizient. Die Kehrwerte der Wärmeübergangs- und Wärmedurchgangskoeffizienten sind Wärmewiderstände und werden *Wärmeübergangswiderstand* ($1/\alpha$),

Wärmedurchgangswiderstand ($1/k$) und Wärmedurchlaßwiderstand (d/Λ) genannt. Bei einer Wand aus mehreren hintereinanderliegenden Schichten gilt Gl.(12) sinngemäß für alle Schichten. In Gl.(14) ist daher die Summe der Wärmedurchlaßwiderstände einzusetzen:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{1}{\Lambda_i} + \frac{1}{\alpha_n} \quad (15)$$

Am Wärmedurchgang durch eine Luftschicht sind neben der Wärmeleitung natürlich auch Konvektion und Strahlung beteiligt. Der Wärmedurchlaßwiderstand einer senkrechten Luftschicht zwischen nichtmetallischen Wänden ist nur bei geringen Dicken ($d < 5 \text{ mm}$) annähernd durch $\frac{\Lambda}{d}$ gegeben. Er wird bei zunehmender Dicke zunächst im wesentlichen durch den Anteil der Strahlung bestimmt, der bei parallelen Flächen vom Abstand unabhängig ist. Bei Schichtdicke über 5 cm führt die Konvektion zu einer Abnahme des Widerstandes.

Die bisherigen Betrachtungen gelten für den stationären Zustand. Bei zeitabhängiger Heizung spielt für das Aufwärmen bzw. Abkühlen einer Wand deren Wärmespeicherfähigkeit $c \cdot m$ (c spezifische Wärme, m Masse) eine wesentliche Rolle. Die während der Aufheizphase an Holz und Styropor gemessenen Wandtemperaturen zeigen beispielsweise, dass die Holzwand bei gleicher Dicke eine höhere Wärmespeicherfähigkeit als Styropor besitzt, denn bei Styropor werden die Temperaturen des stationären Zustands deutlich früher erreicht. Für die Dynamik von Temperaturänderungen spielt bei nichtstationären Prozessen die thermische Diffusionskonstante $a = \Lambda/(\rho c)$ die entscheidende Rolle.

Nach Gl.(14) besteht ein linearer Zusammenhang zwischen dem Wärmedurchgangswiderstand $1/k$ und der Wanddicke d , wie in Bild 5 wiedergegeben. Der Achsenabschnitt für $d = 0$ ist gleich der Summe der Übergangswiderstände innen und außen $1/\alpha_i + 1/\alpha_a$, er ergibt sich durch Extrapolation der Meßwerte für $d \rightarrow 0$. (Im Modellhaus ist $\alpha_i > \alpha_a$ wegen der Wärmestrahlung des großen Heizkörpers auf die Wände) Der Messwert für Styropor ist in das Diagramm eingetragen, um zu demonstrieren, dass bei größerer Wärmeleitfähigkeit die Geraden flacher verlaufen.

Fazit: Bei guten Wärmeleitern trägt hauptsächlich der Wärmeübergangswiderstand, d.h. das bloße Vorhandensein einer Wand, zur Wärmedämmung bei. Die Dicke der Wand hat vor allem bei schlechten Wärmeleitern (Dämmstoffen) einen wesentlichen Einfluss auf den Wärmedurchgangswiderstand.

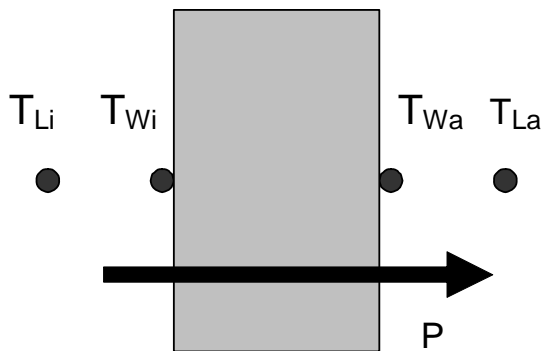


Bild 4: Temperaturmessstellen an einer homogenen Wand

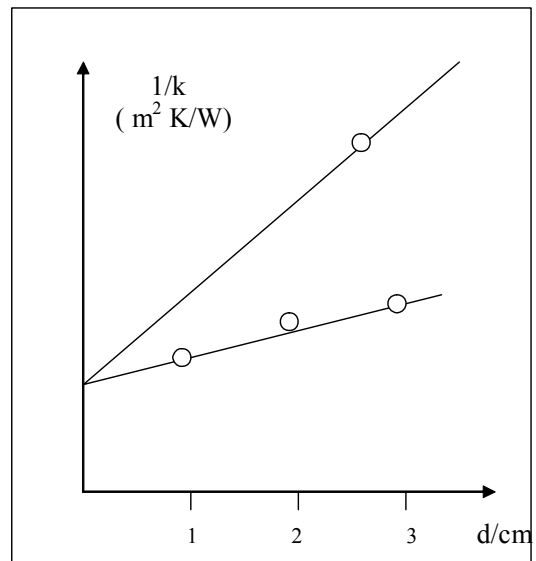


Bild 5: Wärmedurchgangswiderstand Abhängigkeit von der Wandstärke

3. Versuchsdurchführung

3.1 Aufbau des Thermohauses:

Einsetzen von 4 unterschiedlichen Wänden. (zur Auswahl stehen unterschiedliche Materialien und Wandstärken) Als Heizung dient eine 60 W Glühlampe unter einer Abdeckhaube. Eine einstellbare Heizungsregelung ermöglicht entweder eine periodische Heizung (Heizzeit = Abkühlzeit) oder die Regelung auf eine konstante Innenraumtemperatur. Steht bei geregelter Heizung der Heizleistungssteller auf dem 4. Teilstrich, so wird im stationären Zustand eine Innenraumtemperatur von ca. 60 °C erreicht.

3.2 Temperaturmessung:

Die Temperaturmessung erfolgt mittels geeignet an den Wänden befestigter Thermoelemente. Der Kontakt derselben mit der Wand ist zu kontrollieren. Die Erfassung und Abspeicherung der zeitabhängigen Temperaturen erfolgt rechnergestützt mit einem geeigneten Messwerterfassungssystem. Die Hinweise zur Menüsteuerung desselben liegen am Messplatz aus.

Im stationären Zustand kann die Innenraumtemperatur aufgrund der Heizungsregelung um ca. ± 2 K schwanken. Sie steigt außerdem auch nach 1h Heizzeit noch um ca. 2 K/h. Bei der Messung der Innenwandtemperatur kann bei Styropor parallel zu den Lufttemperaturschwankungen eine Änderung von ca. 0,5 K auftreten, an den anderen Wänden beträgt die Schwankung nur 0,1 K. Der Wärmeenergiefluß durch eine Wand wird aus der Differenz von Außenwand- und Außenlufttemperatur bestimmt. Der Wärmeübergangskoeffizient beträgt bei natürlicher Luftbewegung in geschlossenen Räumen für alle praktisch vorkommenden Wandmaterialien $\alpha = 8,1 W/m^2K$.

3.2 Heiz- und Messregime:

Zur Erreichung eines „eingeschwungenen“ periodischen Temperaturregimes ist es erforderlich, ca. 10 Heizperioden abzuwarten und dann erst mit den Messungen zu beginnen. Im Regelfall sollte der Messplatz bereits 2 Stunden vor Messbeginn eingeschaltet worden sein. Wenn das nicht der Fall gewesen war, so sollte bei voller und kontinuierlicher Heizleistung das Thermohaus etwa 20 min aufgeheizt werden, bevor auf das periodische Heizregime umgestellt wird. Nach 2 Heizperioden kann dann mit den Messungen begonnen werden.

Für die Auswertung des Temperaturwellenverhaltens sind 3.4 Heizperioden erforderlich.

Die Messung für den stationären Fall (geregelter Heizung, konstante Temperaturen) kann durch Messungen bei periodischer Heizung ersetzt werden, wenn man über die Temperaturosillationen geeignet mittelt.

! Sie werden feststellen, dass Messungen an Diffusionsprozessen viel Zeit erfordern. Zeit für das Wiederholen von Temperaturmessungen während der Praktikumszeit ist praktisch nicht vorhanden. Planen Sie deshalb vorher den Ablauf der einzelnen Versuchsphasen gründlich !

3.2 Auswertung der Messungen

Zur Auswertung der Temperaturwellenmessungen laden Sie die Temperaturdaten vorteilhaft in ein ORIGIN -Projekt. Der Zeitverlauf der Wandtemperaturen $T(t)$ lässt sich im zeitlichen Messfenster als nichtlinearer Kurvenfit durch die 3-parametrische

Funktion

$$T(t) = P1 + P2 \cdot t + P3 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{\Theta} + P4\right)$$

beschreiben. Dabei ist Θ die Heizdauer (= halbe Periodendauer). Aus dem Vergleich der Parameterwerte $P3$ bzw. $P4$ von Innenwand- mit Außenwandtemperatur können schließlich die Dämpfung und Phasenverschiebung der Temperaturwellen beim Durchgang durch die Wand berechnet werden.

Zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit zieht man die Gleichungen (11), (13) und (14) heran. Der Parameterwert für $P1$ entspricht dem Temperaturmittelwert. Gleichung (11) liefert P/A , Gleichung (13) liefert k und Gleichung (12) liefert Λ .

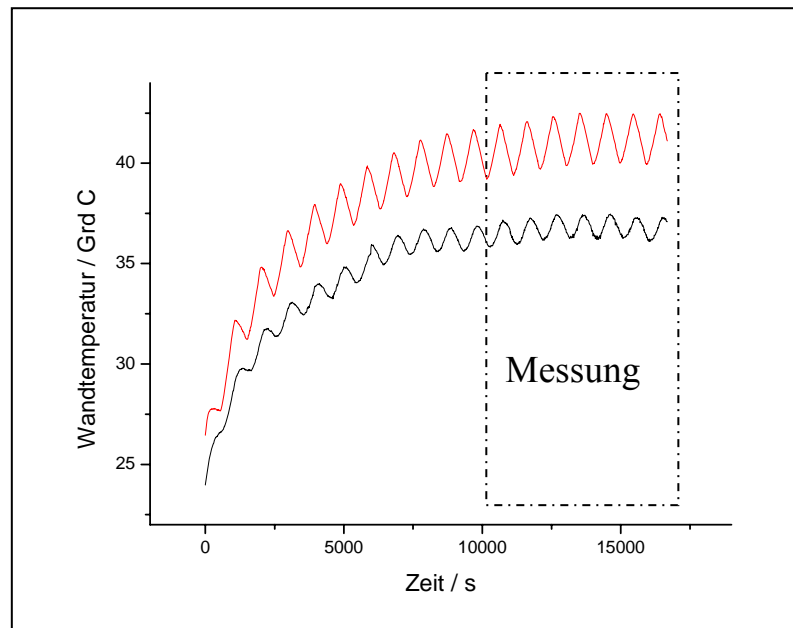


Bild 6: Zeitverlauf von Innenwand- (oben) und Außenwandtemperatur (unten) nach dem Einschalten bis zur Messung sowie das empfohlenen Zeitfenster für die Messung

4. Darstellung der Messwerte und der Berechnungen

Dynamische Messung:

Es ist der Zeitverlauf der Temperaturen an den Innen- und Außenseiten der Wände grafisch darzustellen. Einer ansteigenden Kurve sind periodische Schwankungen (die sogenannten Temperaturwellen) überlagert. Deren Amplitudendämpfung und Phasenverschiebung beim Durchgang durch die Wand sind abzuschätzen. Mit Gl. (9) kann daraus die thermische Diffusionskonstante (Temperatur-Leitwert) bestimmt werden.

Stationäre Messung:

Die stationären Wandtemperaturen sind mit den daraus berechneten Werten für P/A , k und Λ zusammen in einer Tabelle darzustellen. Für ein Wandmaterial ist eine Genauigkeitsabschätzung der gemessenen und berechneten Werte vorzunehmen.

Literaturwerte der Wärmeleitfähigkeit von Wandmaterialien sind:

Holz:	0,13 ... 0,18 W/K m,
Styropor.	0,035 ... 0,041 W/K m
Glas:	0,7 ... 1,1 W/K m
PVC-grau:	0,14... 0,17 W/K m

Hinweis:

Die Erfassung und Verarbeitung der Temperaturmesswerte bei der dynamischen Messung erfolgt mit dem PC. Entsprechende Hinweise werden durch den Assistenten gegeben.

Wer sich noch mehr für die Probleme des Wärmetransports in „echten“ Häusern interessiert, dem sei im Internet der Artikel

<http://www.dimagb.de/info/bauphys/mbbph1.html>

empfohlen.