

Versuch 205

Adiabatexponent

1. Aufgaben

- 1.1 Bestimmen Sie den Adiabatexponenten von Luft nach dem Verfahren von CLEMENT und DESORMES.
- 1.2 Bestimmen Sie den Adiabatexponenten von Luft nach dem Verfahren von RÜCHARDT.
- 1.3. (für Physikstudenten und als Zusatzaufgabe für Interessierte) Bestimmen Sie die Adiabatexponenten verschiedener Gase mit dem Gasoszillator nach FLAMMERSFELD.

2. Grundlagen

Stichworte:

Zustandsänderungen, 1. Hauptsatz, kinetische Gastheorie, Gleichverteilungssatz, Freiheitsgrade

2.1 Zustandsänderungen des idealen Gases

Das „ideale Gas“ ist eine Modellvorstellung, bei der das Eigenvolumen der Moleküle sowie die Anziehungskräfte zwischen ihnen vernachlässigt werden. Sein Zustand kann durch die Gleichung

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T \quad (1)$$

(p ... Druck, V ... Volumen, ν ... Stoffmenge, R ... universelle Gaskonstante, T ... absolute Temperatur des Gases)

beschrieben werden.

Gegeben sei eine abgeschlossene Menge eines idealen Gases, charakterisiert durch die Werte p_1 , T_1 , V_1 . Bei Zustandsänderung müssen sich wegen (1) mindestens zwei dieser Zustandsgrößen gleichzeitig ändern. Im allgemeinen Fall nimmt das System einen durch p_2 , T_2 und V_2 charakterisierten Zustand ein, wobei mit (1) gilt:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (2)$$

Für verschiedene Spezialfälle von Zustandsänderungen (z.B. isotherme, isobare, isochore, adiabatische) läßt sich Gleichung (2) präzisieren (siehe z. B. /1/).

2.2 Adiabatische Zustandsänderung

Als adiabatisch bezeichnet man eine Zustandsänderung, bei der kein Wärmeaustausch des Systems mit der Umgebung erfolgt. Das System kann nur Arbeit leisten auf Kosten der Verringerung der inneren Energie. Während bei der adiabatischen Kompression die Temperatur ansteigt, kommt es bei der adiabatischen Expansion zur Abkühlung des Systems. Die Veränderung von Druck und Volumen wird dabei durch die Adiabatengleichung

$$p V^{\kappa} = \text{const} \quad (3)$$

beschrieben, wobei der Adiabatenexponent κ gleich dem Verhältnis der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck (c_p) bzw. konstantem Volumen (c_v) ist und vom Molekularzustand des Gases (ein-, zwei- oder mehratomig) abhängt. Für ein ideales zweiatomiges Gas, als welches man die Luft bei Zimmertemperatur näherungsweise betrachten kann, gilt:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \approx \frac{7}{5} = 1,40 \quad (4)$$

Adiabatische Vorgänge sind z.B. im Arbeitszyklus von Verbrennungsmotoren, bei der Schallausbreitung in Gasen sowie im Kreisprozeß bei Wärmepumpen bzw. Kältemaschinen anzutreffen .

2.3 Verfahren nach CLEMENT und DESORMES

Bei diesem Verfahren wird folgende einfache Versuchsanordnung benutzt:

In der Glasflasche F wird mittels eines Gummiballons ein Überdruck Δp_1 gegenüber dem Luftdruck p_L erzeugt, der sich an dem wassergefüllten U-Rohr-Manometer (Höhendifferenz h) ablesen läßt. Durch die relativ schnelle Kompression kommt es im Gefäß zu einem Temperaturanstieg. Um Δp_1 unter stabilen Bedingungen messen zu können, muß man Hahn 1 schließen und warten, bis sich durch Wärmeaustausch die Temperatur im Gefäß wieder an die Zimmertemperatur angeglichen hat.

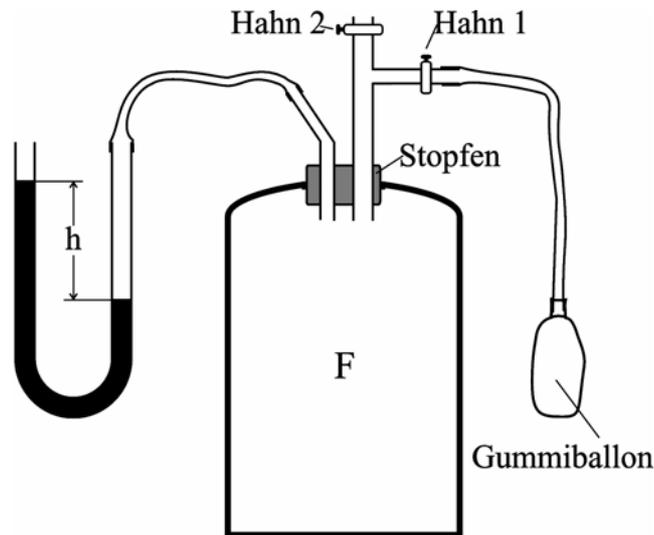


Bild 1: Versuchsaufbau nach Clement und Desormes

Dann öffnet man kurzzeitig den Hahn 2, damit sich das Gas entspannen kann. Diese (annähernd) **adiabatische Entspannung** auf den äußeren Luftdruck p_L bewirkt einen Temperaturabfall.

Der nachfolgende Temperatureausgleich mit der Umgebung (**isochore Erwärmung**) führt zu einem Druckanstieg Δp_2 gegenüber dem äußeren Luftdruck p_L .

Nachfolgend werden nun die beiden für die Bestimmung des Adiabatenexponenten wesentlichen Zustandsänderungen (adiabatische Entspannung und isochore Erwärmung) in einem p-V-Diagramm dargestellt und mit dem zum gleichen Endzustand führenden isothermen Prozeß verglichen (Bild 2). Ein solcher isothermer Prozeß würde ablaufen, wenn das Gas so langsam expandieren würde, daß es sich immer im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung befindet.

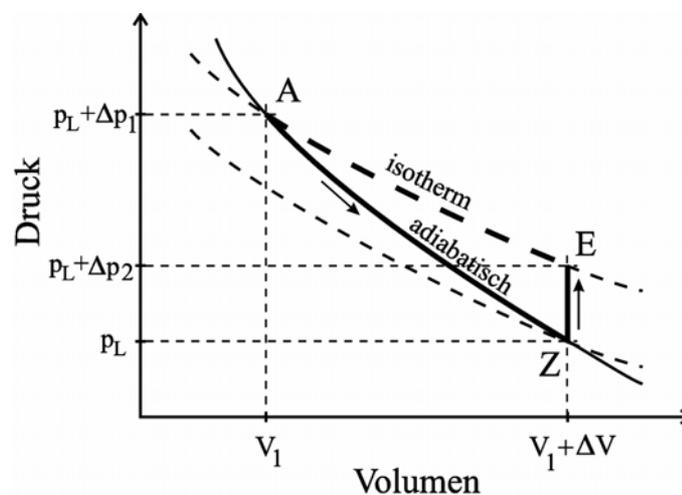


Bild 2: Zustandsänderungen im pV-Diagramm

Zu Beginn der adiabatischen Entspannung befindet sich das Gas im Zustand A mit den Parametern

$$\begin{aligned} A : T &= \text{Zimmertemperatur} \\ p &= p_L + \Delta p_1 \\ V &= V_1 \end{aligned}$$

Nach Beendigung des Experiments nimmt das Gas den Zustand E mit den Parametern

$$\begin{aligned} E : T &= \text{Zimmertemperatur} \\ p &= p_L + \Delta p_2 \\ V &= V_1 + \Delta V \end{aligned}$$

ein. Der Übergang von A nach E erfolgt dabei über den Zustand Z mit

$$\begin{aligned} Z : p &= p_L \\ T &= < \text{Zimmertemperatur} \\ V &= V_1 + \Delta V . \end{aligned}$$

Für die isotherme und die adiabatische Zustandsänderung gilt:

isotherm:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

$$p_{\text{iso}} = \frac{\text{const.}}{V}$$

$$\frac{dp_{\text{iso}}}{dV} = -\frac{\text{const.}}{V^2} = -\frac{p}{V}$$

adiabatisch:

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.}$$

$$p_{\text{ad}} = \frac{\text{const.}}{V^\kappa}$$

$$\frac{dp_{\text{ad}}}{dV} = -\frac{\kappa \cdot \text{const.}}{V^{\kappa+1}} = -\frac{\kappa p}{V} \quad (5)$$

Wir ersetzen dp und dV durch die entsprechenden Differenzen Δp und ΔV . Da beide Prozesse einen gemeinsamen Anfangszustand haben, sind in Gl. 5 die Größen V , p und ΔV auf beiden Seiten identisch. Wir finden daher

$$\Delta p_{\text{ad}} = \kappa \cdot \Delta p_{\text{iso}} \quad (6)$$

$$\text{Wegen} \quad \Delta p_{\text{ad}} = \Delta p_1 \quad \text{und} \quad \Delta p_{\text{iso}} = \Delta p_1 - \Delta p_2 \quad (7)$$

erhält man für den Adiabatenexponenten

$$\kappa = \frac{\Delta p_{\text{ad}}}{\Delta p_{\text{iso}}} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$$

bzw.
$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (8)$$

wenn man die Druckdifferenzen durch die Höhendifferenzen am Manometer ausdrückt.

2.4 Verfahren nach RÜCHARDT

Die Bestimmung des Adiabatenexponenten erfolgt in der Weise, daß man ein großes Gasvolumen V mit einem weiten, senkrecht stehenden, zylindrischen Austrittsrohr versieht und in diesem eine genau passende Stahlkugel von der Masse m und dem Querschnitt A fallen läßt (Bild 3). Man beobachtet, daß die Stahlkugel auf dem „Luftpolster“ Schwingungen (mit gedämpfter Amplitude) führt. Die Kugelbewegung wird folgendermaßen beschrieben:

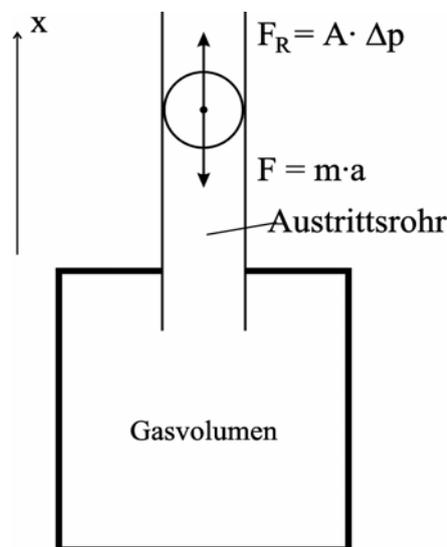


Bild 3: Versuchsaufbau nach Rüchardt

Wird die Kugel um die Strecke x aus der Ruhelage gelenkt, so ist die rücktreibende Kraft bei der Gasdruckänderung Δp

$$F_R = A \cdot \Delta p \quad (9)$$

Da die Zustandsänderung des Gases annähernd adiabatisch verläuft, erhalten wir für die Druckänderung Δp aus (3) (totales Differential):

$$\Delta p = - \frac{\kappa p}{V} \cdot \Delta V \quad (10)$$

Mit $\Delta V = A \cdot x$ und (9) erhält man aus der Grundgleichung der Mechanik ($F = m \cdot a$) folgende Differentialgleichung:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa p A^2}{V} x = 0 \quad (11)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist eine harmonische Schwingung mit der Schwingungsdauer T

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{V m}{\kappa \cdot p A^2}}$$

Daraus folgt:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 V m}{T^2 p A^2} \quad (12)$$

Der Druck p ist durch $p = p_L + mg/A$ gegeben.

2.5 Gasoszillator nach FLAMMERSFELD

Ein Problem bei der Methode von RÜCHARDT sind unvermeidliche Gasverluste, die während des Kugelfalls durch Vorbeiströmen der Luft zwischen Kugel und Rohrwand auftreten. Das hat u.a. zur Folge, daß der gedämpften Kugelschwingung eine stetige Abwärtsbewegung überlagert ist.

Der Gasoszillator nach FLAMMERSFELD vermeidet diesen Nachteil durch ein zusätzlich am Volumen angebrachtes Gaseinleitungsrohr, durch welches Luft (oder ein anderes Gas) unter leichtem Überdruck nachströmt und damit die o.g. Gasverluste kompensiert. Im oberen Teil des Glasrohres befindet sich ein Schlitz, durch den überschüssiges Gas nach erfolgter Auslenkung des Schwingkörpers entweichen kann. Indem der Körper nach unten sinkt verschließt er diese Öffnung wieder, und es ergibt sich im Unterschied zu 2.4 eine ungedämpfte Schwingung, die über sehr viele Perioden hinweg vermessen werden kann.

Die Gleichungen zur Berechnung von κ sind identisch denen von 2.4 .

3. Versuchsdurchführung

3.1 zu CLEMENT- DESORMES

Die Öffnungszeit von Hahn 2 während der adiabatischen Entspannung muß groß genug sein, um einen vollständigen Druckausgleich zu ermöglichen. Andererseits ist sie klein zu halten wegen des in dieser Zeit bereits stattfindenden Wärmeaustausches mit der Umgebung. Empfohlen wird ein Wert zwischen 0.5 und 1 Sekunde. Möglich ist auch die Aufnahme einer Meßreihe, welche die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Öffnungszeit untersucht. Vor dem Ablesen der Höhendifferenzen muß der Temperaturengleich abgewartet werden (2 ... 3 min). Während dieser Zeit sind Temperatureinflüsse von außen zu vermeiden (offenes

Fenster, Berühren des Gefäßes o. ä.). Die Berechnung von κ erfolgt nach Gl. 8. Führen Sie die gesamte Messung mehrfach (z.B. 5 mal) durch und mitteln Sie die jeweils erhaltenen κ -Werte. Nutzen Sie zur Fehlerbetrachtung sowohl die Streuung der κ -Werte um den Mittelwert als auch eine Größtfehlerabschätzung durch partielle Ableitung von Gl. 8 nach h_1 und h_2 .

Welche systematischen Fehler spielen im Versuch eine Rolle?

3.2 zu RÜCHARDT

Die Schwingungsdauer wird mit einer Stoppuhr bestimmt. Um den zufälligen Fehler bei der Zeitmessung zu verringern, sollte man über mehrere (ca.5) Schwingungen messen und die Messung etwa 20 mal wiederholen. Die Berechnung von κ geschieht mit Gl. 12. Folgende Größen sind gegeben:

$m = (16,7 \pm 0,1) \text{ g}$	Masse der Kugel
$V = (5196 \pm 2) \text{ cm}^3$	Gasvolumen
$A = (2,01 \pm 0,02) \text{ cm}^2$	Querschnittsfläche des Glasrohres

Der Luftdruck p_L wird an einem Quecksilber-Barometer abgelesen.

3.3 zu FLAMMERSFELD

Der Schwingkörper ist bei diesem Experiment ein Kunststoffzylinder, der vor Beginn der Messung sorgfältig gereinigt werden muß. Die Gaszufuhr erfolgt über eine Pumpe (Luft) bzw. aus Druckgasflaschen (CO_2 , N_2). Eine Lichtschranke mit Digitalzähler dient zur Messung der Schwingungsdauer. Die anderen Größen sind vorgegeben:

$m = (4,59 \pm 0,01) \text{ g}$	Masse des Zylinders
$V = (1140 \pm 5) \text{ cm}^3$	Gasvolumen
$A = (1,11 \pm 0,01) \text{ cm}^2$	Querschnittsfläche des Glasrohres

Es wird empfohlen, mehrere Meßreihen zu je 100 Schwingungen aufzunehmen. Führen Sie auch zu RÜCHARDT bzw. FLAMMERSFELD eine Fehlerabschätzung durch, und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den erwarteten Werten. Weitere Hinweise finden Sie am Versuchsplatz.

3.4 Fragen

- Was versteht man unter isothermen, isobaren, isochoren, adiabatischen und polytropen Zustandsänderungen eines idealen Gases? Stellen Sie diese Prozesse in einem p-V-Diagramm dar!
- Leiten Sie die Adiabatengleichung $p V^\kappa = \text{const.}$ her, indem Sie den 1. Hauptsatz der Thermodynamik und die Zustandsgleichung des idealen Gases verwenden!
- Warum steigt die Adiabate im p-V-Diagramm steiler an als die Isotherme?
- Warum ist c_p größer als c_v ?