

# Versuch 202

## Gasthermometer

### 1. Aufgaben

- 1.1 Bestimmen Sie die Celsius-Temperatur des absoluten Nullpunktes.
- 1.2 Messen Sie mit dem Gasthermometer die Zimmertemperatur.
- 1.3 Zusatzaufgabe (für Physik-Studenten): Untersuchen Sie die Abhängigkeit der Messergebnisse vom schädlichen Volumen und korrigieren Sie auftretende systematische Fehler.

### 2. Grundlagen

#### Stichworte:

Ideales Gas, thermodynamische Temperaturskala, Ausdehnungskoeffizient, Manometer, Temperaturmessung

#### 2.1 Gasthermometer und absoluter Nullpunkt

Das Gasthermometer nutzt die Eigenschaft eines idealen Gases aus, bei festem Volumen den Druck  $p$  proportional zur Temperatur  $T$  bzw. bei festem Druck das Volumen  $V$  proportional zur Temperatur zu ändern. Dieses Verhalten ist in der Zustandsgleichung des idealen Gases zusammengefasst:

$$pV = \nu R T \quad (1)$$

( $\nu$  ... Stoffmenge in Mol,  $R$  ... molare (universelle) Gaskonstante)

Wird das Volumen konstant gehalten ( $V = V_0$ ), so folgt aus Gl. 1:

$$p/T = \text{const.} \quad \text{bzw.} \quad p/T = p_0/T_0 \quad (2)$$

Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen  $p$  und  $T$ . Kennt man für eine bekannte Temperatur  $T_0$  (Fixpunkt) den Druck  $p_0$  im System, so kann man jede andere Temperatur  $T$  bestimmen, indem man den zugehörigen Druck  $p$  mißt.

Ein so funktionierendes Thermometer besitzt gegenüber Flüssigkeitsthermometern den prinzipiellen Vorteil, daß es nicht von speziellen Stoffeigenschaften abhängig ist und daß damit unmittelbar die thermodynamische Temperaturskala realisiert wird. Praktische Anwendung findet es z.B. bei der Messung sehr tiefer Temperaturen sowie in Eichämtern, wo präzise Instrumente (mit Helium-Füllung) zu Eichzwecken verwendet werden.

Für unser Experiment ist allerdings ein anderes Problem interessant: Woher bekommt man die Größe  $T_0$ , die absolute Temperatur des Fixpunktes? So liegt z.B. der Schmelzpunkt von Eis bekanntermaßen bei  $0^\circ\text{C}$  (Definition der Celsius-Skala). Doch wo liegt er auf der Kelvin-Skala? Um den Anschluß zwischen beiden Skalen zu finden, muß man die Celsius-Temperatur des absoluten Nullpunktes kennen. Diese steht zwar in fast jedem Physikbuch, aber man kann sie mit dem Gasthermometer auch selber ermitteln.

Wir gehen im Versuch davon aus, daß uns die Lage des absoluten Nullpunktes noch unbekannt ist. Vorausgesetzt wird lediglich die Kenntnis der Celsius-Skala und der ihr zugrundeliegenden Fundamentalfpunkte „ $0^\circ\text{C}$ “ (Schmelzpunkt von Eis) und „ $100^\circ\text{C}$ “ (Siedepunkt von Wasser bei Normaldruck) sowie die Einheit der Temperaturdifferenz „Grad“ (früher „ $\text{grad}$ “, jetzt K) als den 100sten Teil des Abstandes der beiden obengenannten Fixpunkte. Die Frage (Aufgabe 1.1) stellt sich jetzt so: Um wieviel Grad liegt der absolute Nullpunkt unterhalb des Schmelzpunktes von Eis?

Bild 1 liefert dazu die anschauliche Lösung. Man bestimmt mit dem Gasthermometer die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  für zwei Temperaturfixpunkte  $T_1$  und  $T_2$  (hier Schmelz- und Siedepunkt; im Prinzip geht es mit jeder beliebigen Temperatur), legt durch beide Punkte im p-T-Diagramm eine Gerade und verlängert diese bis zu  $p = 0$ . Der Schnittpunkt mit der T-Achse ist der absolute Nullpunkt. Den rechnerischen Ausdruck dafür liefert die einfache Verhältnisgleichung:

$$p_1/T_1 = (p_2 - p_1)/(T_2 - T_1) \quad (3)$$

Daraus ergibt sich:

$$T_1 = \frac{T_2 - T_1}{p_2 - p_1} \cdot p_1 \quad (4)$$

Im Zähler des Bruches kann man anstatt  $T_1$  und  $T_2$  auch die Celsius-Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  einsetzen. Ihre Differenz liefert automatisch die Einheit „Grad“, und diese ist für beide Temperaturskalen (Celsius und Kelvin) identisch.

$$T_1 = \frac{\Delta\vartheta}{p_2 - p_1} \cdot p_1 \quad \text{mit} \quad \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 \quad (5)$$

Die Ergebnisgröße  $T_1$  ist der Abstand des 1. Fixpunktes vom absoluten Nullpunkt und damit seine absolute Temperatur in K. Umgekehrt ist in unserem Fall (1. Fixpunkt =  $0^\circ\text{C}$ ) der Wert „ $-T_1$ “ die Celsius-Temperatur des absoluten Nullpunktes.

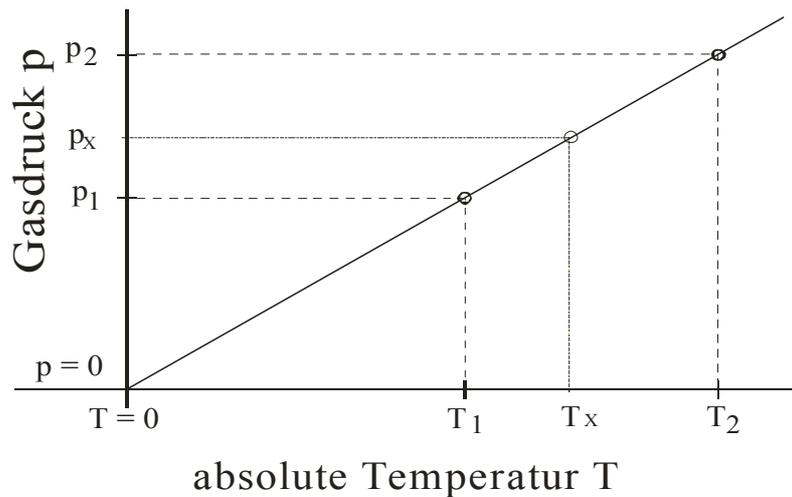


Bild 1: Grafische Darstellung von  $p(T)$  beim Gasthermometer

Die Grafik zeigt uns auch das Prinzip der Temperaturmessung mit dem Gasthermometer (z.B. Zimmertemperatur  $T_x$ ). Wird zusätzlich zu den beiden Fixpunkten der zu  $T_x$  gehörende Druck gemessen, so gilt (vgl. Bild 1):

$$\frac{p_x - p_1}{p_2 - p_1} = \frac{T_x - T_1}{T_2 - T_1} \quad (6)$$

Für  $T_1$  (bzw.  $\vartheta_1$ ) =  $0^\circ\text{C}$  folgt daraus

$$\vartheta_x = \frac{p_x - p_1}{p_2 - p_1} \cdot \Delta\vartheta \quad (7)$$

Bemerkung:

In der Literatur (vgl. [1], [7]) wird das Gasthermometer oft mit dem Spannungskoeffizienten  $\beta$  in Zusammenhang gebracht :

$$p = p_0 (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta) \quad (*)$$

der für das ideale Gas gleich dem Volumenausdehnungskoeffizienten  $\gamma$  ist:

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta) \quad (**)$$

Es gilt für ein ideales Gas:  $\beta = \gamma = (1 / 273,15) \text{ K}^{-1}$  (\*\*\*)

273, 15 K ist die absolute Temperatur des Eispunktes  $0^\circ\text{C}$ , auf den sich die Größen  $p_0$  und  $V_0$  beziehen. Indem man  $\beta$  und  $\gamma$  mißt, erhält man damit automatisch den Wert des absoluten Nullpunktes. Über die experimentelle Bestimmung der Beziehungen (\*), (\*\*) und (\*\*\*) lässt sich die Zustandsgleichung des idealen Gases ableiten.

## 2.2 Versuchsaufbau

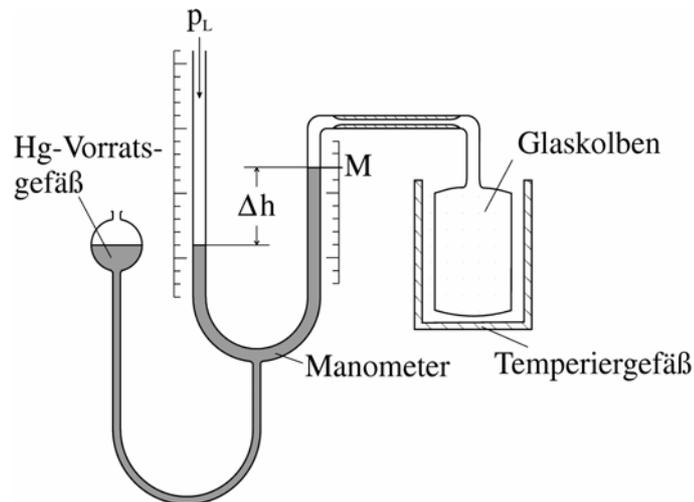


Bild 2: Aufbau des Gasthermometers

Das Meßobjekt ist die abgeschlossene Luftmenge im Glaskolben, welche in guter Näherung ein ideales Gas darstellt (Abweichung  $\ll 1\%$ ) und die im Temperiergefäß auf die gewünschte Temperatur gebracht wird. An den Glaskolben ist ein Hg-Manometer zur Druckmessung angeschlossen. Wesentlich ist, daß sich der Quecksilberspiegel im rechten Schenkel bei allen Messungen an derselben Stelle befindet (Meßmarke M), damit die Voraussetzung  $V = \text{const.}$  erfüllt bleibt.

Der zu messende Druck im Glaskolben ergibt sich durch Addition von Luftdruck  $p_L$  und Druckdifferenz  $\Delta p$  im Manometer (Vorzeichen beachten!). Wegen der Beziehung

$$p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h$$

ist es möglich, bei allen Rechnungen nicht die Drücke, sondern die entsprechenden Höhen  $h$  in mm Quecksilbersäule zu verwenden. Die Gleichungen 5 und 7 lauten dann:

$$T_1 = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta h_2 - \Delta h_1} \cdot (h_L + \Delta h_1) \quad (8)$$

$$\vartheta_x = \frac{\Delta h_x - \Delta h_1}{\Delta h_2 - \Delta h_1} \cdot \Delta \vartheta \quad (9)$$

### 3. Versuchsdurchführung

- 3.1 Beachten Sie die Hinweise am Versuchsplatz!
- 3.2 Zu messen sind der Luftdruck  $p_L$  (am Barometer in mm Hg- Säule  $\rightarrow h_L$ ) sowie die Höhendifferenzen (am Manometer) für die Zimmertemperatur ( $\rightarrow \Delta h_x$ ) und für die Schmelz- ( $\rightarrow \Delta h_1$ ) und Siedetemperatur ( $\rightarrow \Delta h_2$ ) des Wassers. Dabei ist der Luftdruck mehrfach, mindestens zu Beginn und am Ende der Praktikumszeit, abzulesen. Falls dabei Änderungen festgestellt werden, so sind diese bei der Auswertung zu berücksichtigen.
- 3.3 Die Höhen  $\Delta h_x$  und  $\Delta h_1$  und  $\Delta h_2$  sind jeweils mehrfach hintereinander zu messen, um den Fehler zu verringern und um eine Aussage über die erreichbare Meßgenauigkeit treffen zu können. Dabei sollte der Hg-Spiegel abwechselnd von oben und unten an die Marke M angenähert werden. Die Meßmarke ist anhand der Hinweise am Versuchsplatz zu wählen. Physikstudenten messen jeweils bei unterschiedlichen Messmarken (vgl. 3.6)
- 3.4 Das Festlegen der Temperaturfixpunkte geschieht durch Eintauchen des Glaskolbens in ein mit einem Eis-Wasser-Gemisch gefülltes Thermosgefäß ( $\vartheta_1$ ) bzw. in einen Topf mit siedendem Wasser ( $\vartheta_2$ ). Vor dem Messen ist die Einstellung eines Temperaturngleichgewichtes abzuwarten. Zur Kontrolle der Temperatur im Eiswasser wird ein Hg-Thermometer verwendet. Die Siedetemperatur ist luftdruckabhängig und kann aus Tabellen entnommen werden.
- 3.5 Die Berechnung von  $T_1$  und  $\vartheta_x$  erfolgt mit Gl.8 bzw. Gl.9.  
Führen Sie eine Größtfehlerabschätzung durch und vergleichen Sie die Ergebnisse für  $T_1$  und  $\vartheta_x$  mit den erwarteten Werten. Diskutieren Sie die Abweichungen.  
Messen Sie sowohl am Anfang als auch am Ende des Versuches die Höhendifferenz  $\Delta h_x$ . Kontrollieren Sie, ob das Gasthermometer am Versuchsende den Anfangszustand wieder erreicht hat.

Hinweis für Physikstudenten: Der Korrekturfaktor K aus 3.6 kann bei der Fehlerberechnung vernachlässigt werden.

- 3.6 Hinweise zur Zusatzaufgabe:

Das Ergebnis für  $T_1$  nach Gl. 8 ist mit systematischen Fehlern behaftet. Um den richtigen Wert zu erhalten, muß an die Gleichung für  $T_1$  eine Korrektur angebracht werden. Diese berücksichtigt die Ausdehnung des Glaskolbens und den Einfluß des sogenannten schädlichen Volumens. Das ist der Raum zwischen Glaskolben und Manometer, welcher sich stets auf Zimmertemperatur befindet.

Die Korrektur lautet für Gl.5 (vgl. /1/):

$$T_1 = \frac{\Delta \vartheta}{p_2 \cdot K - p_1} \cdot p_1 \quad \text{mit} \quad K = 1 + \left( 3\alpha_{\text{Gl}} + \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{T} \right) \cdot \Delta \vartheta \quad (10)$$

( $\alpha_{\text{Gl}}$ ... linearer Ausdehnungskoeffizient von Glas,  $\Delta V$ ... schädliches Volumen,  $V_0$ ... Volumen des Glaskolbens,  $T$ ... Zimmertemperatur in Kelvin)

Umgeschrieben auf  $\Delta h$  folgt daraus:

$$T_1 = \Delta \vartheta \cdot \frac{1}{\frac{h_L + \Delta h_2}{h_L + \Delta h_1} \cdot K - 1} \quad (11)$$

Es ist in diesem Zusammenhang vorteilhaft, die Messung für mehrere über die gesamte Manometerhöhe verteilte Marken durchzuführen.

Je nach Wahl der Meßmarke ergeben sich unterschiedliche Werte für die Höhendifferenzen und letztlich ein systematisch verfälschtes Ergebnis für  $T_1$ , wenn man die unkorrigierte Gleichung verwendet. Benutzt man Gl. 11, so müßte, wenn die Korrekturformel stimmt und  $\Delta V$  richtig abgeschätzt wurde, für  $T_1$  innerhalb einer gewissen (durch zufällige Fehler verursachten) Streuung derselbe Wert herauskommen.. Noch besser ist es, die gemessenen  $\Delta h$ 's über  $M$  auftragen und auf  $\Delta V = 0$  zu extrapolieren. Der daraus entstehende Wert für  $T_1$  muß dann nur noch bezüglich  $\alpha_{\text{Gl}}$  korrigiert werden.