

Versuch 317

Elektrischer Schwingkreis

Aufgaben

4. Aufnahme des Amplituden- und Phasengangs am angeregten Parallelschwingkreis, Bestimmung der Resonanzfrequenz, des Reihenverlustwiderstandes und der Güte.
5. Bestimmen des logarithmischen Dekrements für freie Schwingungen bei diversen Dämpfungswiderständen. Vergleichen des berechneten Verlustwiderstands mit dem aus 1.
6. Untersuchen des Verhaltens gekoppelter Schwingkreise bei freier und erzwungener Schwingung.

Vorbetrachtung

Aufbau des Parallel- Schwingkreises

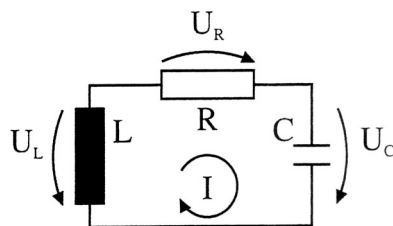


ABB I.1: Schaltbild eines Parallelschwingkreises

Um Spannungsresonanz zu erzeugen, kombiniert man eine Spule und einen Kondensator parallel zueinander. Damit gibt es ein schwingungsfähiges System, bei dem unter der Bedingung einer Resonanz zu einem Zeitpunkt der Kondensator geladen ist und sich beim Entladen über der Spule durch deren Selbstinduktion entgegengesetzt auflädt.

Der schwingende Schwingkreis

Aus der zweiten Kirchhoffschen Regel (Maschensatz) folgt, dass:

$$U_L = U_R + U_C$$

Dabei ist aber

$$U_L = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2 Q}{dt^2},$$

$$U_R = R \cdot I = R \frac{dQ}{dt}$$

und

$$U_C = \frac{Q}{C},$$

also ergibt sich die Differentialgleichung mit der Lösung für das schwingende U_C :

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

$$\Rightarrow U_C = U_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\varpi t + \varphi) = U_0 e^{-\delta t} \cos(\varpi t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \varpi = \sqrt{\varpi_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$\stackrel{\delta=0}{\Rightarrow} \varpi_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Versuchsprotokolle

Mittels der Rechnung in der komplexen Ebene erhält man den Amplituden- und Phasengang. (Hier wird auf den ausführlichen Rechenweg jedoch verzichtet, hingewiesen sei in dem Zusammenhang auf das Seminar zur Elektronik- Vorlesung)

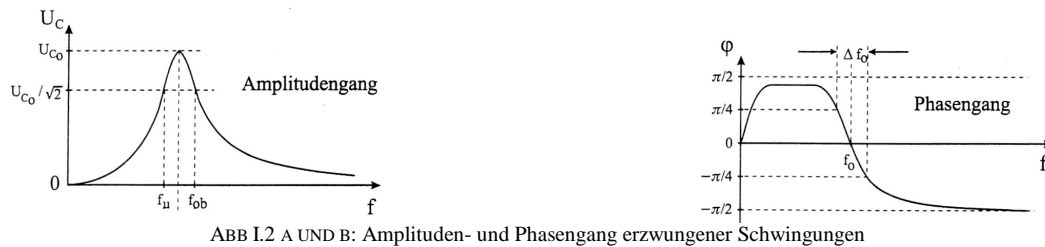


ABB I.2 A UND B: Amplituden- und Phasengang erzwungener Schwingungen

Weiterhin definiert man als schaltungscharakterisierende Größe die Güte Q , in dem man die Bandbreite (Differenz der beiden Frequenzen, bei denen die Amplitude auf das $1/\sqrt{2}$ -Fache abgefallen ist, also zwischen f_{ob} und f_u) zu Hilfe zieht:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_0} = \frac{f_0}{f_{ob} - f_u}$$

Man definiert ferner das logarithmische Dekrement mittels der Dämpfungskonstanten folgender Maßen:

$$D := \delta T = \ln \frac{U_C(t)}{U_C(t+T)} \stackrel{\text{Fourieranalyse}}{=} \frac{\pi \Delta f_0}{f_0} = \frac{\pi}{Q}$$

Analog zum Versuch 120 „gekoppelte Pendel“ erhält man bei der Kopplung zweier (fast) identischer Schwingkreise eine Grund- und eine einhüllende Schwingung. Das Frequenzspektrum, was man aus einer Fourieranalyse daraus bestimmen kann, weist dann zwei Eigenfrequenzen auf. Diesen Effekt nennt man Resonanzfrequenzaufspaltung.

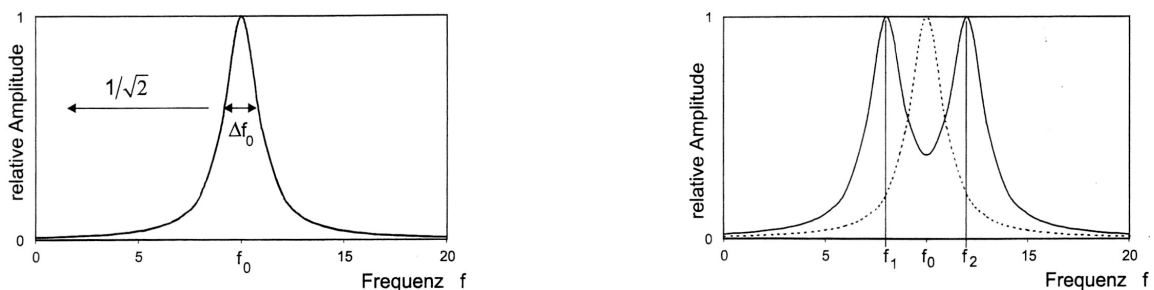


ABB I.3 A UND B: Resonanzfrequenzaufspaltung an zwei (fast) identischen, gekoppelten Schwingkreisen mit schwacher Kopplung

Für die Eigenfrequenzen gilt

$$f_{1;2} = \frac{f_0}{\sqrt{1 \pm k}}$$

bei schwacher Kopplung werden die beiden Eigenfrequenzen zur Resonanzfrequenz symmetrisch und es gilt für die Einhüllende (f_s) und die Grundfrequenz (f_G) also:

$$f_s = \frac{f_2 - f_1}{2}; f_G = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Durchführung

Versuchsobjekt:

2 Schwingkreise, dektatischer Widerstand, Frequenzgenerator, Frequenzmessgerät, Oszillosgraph

erwartetes Ergebnis:

zu erwartender Amplituden- und Phasengang

Versuchsprotokolle

mögliche systematische Fehler

- Magnetische Störungen (Veränderungen der Induktivitäten durch nahe Ferromagneten)
- Vernachlässigungen der Selbstinduktion und Rückinduktion bei der Kopplung (nur linearisiert betrachtet)
- Ungenauigkeiten des Frequenzgenerators
- Ungenaue Angaben der Induktivität der Spule
- Eigenwiderstand und Ungenauigkeit des Dekatenwiderstandes

Versuchsablauf:

- Aufnahme der erforderlichen Messreihen der erzwungenen Schwingungen
- Aufnahme der Dämpfungskurven mit unterschiedlichen Dekatenwiderständen
- Aufnahme der freien, gekoppelten Schwingung
- Ermitteln der beiden Resonanzpeaks des gekoppelten Systems

Fehlerquellen:

$$\Delta b, \Delta B$$

Messwerte

Gerätekonstanten

$$R_{Spule}=0,075k\Omega$$

$$L_{Spule}=20mH$$

Einzelner Schwingkreis

Erzwungene Schwingung

f [kHz]	2	4	6	8	9,5	10,5	11	11,2	11,267	11,3	11,5	12	13	14	15,5	17,5	19,5	21,7	
b [div]	0,6	1,5	2,6	1,3	2,6	2,5	3	1,3	0	-0,6	-2,9	-2,7	-3,1	-2	-2,8	-1,9	-3,2	-2,4	
B [div]	0,6	1,5	2,6	1,3	2,6	2,6	3,4	3,2	3,4	3,2	3,6	2,8	3,2	2,1	2,8	2	3,2	2,5	
Bereich [mV/div]	5	5	5	20	20	50	100	200	200	200	100	50	20	20	10	10	5	5	
$\varphi_{gemessen}$ [°]	90	90	90	90	90											-90	-90	-90	-90
$\varphi_{berechnet}$ [°]						74,1	61,9	24	0	-10,8	-53,7	-74,6	-75,6	-90					

Freie Schwingungen mit Widerstand

Aus den Darstellungen (siehe *Darstellung* ABB II.2.A-F)

R [Ω]	0	100	1000	2000
D	0,07	0,31	2,3	6,36

Gekoppelte Schwingkreise

Freie Schwingungen

Aus der Darstellung (siehe *Darstellung* ABB II.4)

$$f_s = 333,3 \pm 11,1Hz$$

$$f_G = 11,428 \pm 0,327kHz$$

Erzwungene Schwingungen

$$f_1 = 11,625kHz; U_1 = 2,5V; \varphi_1 = \pm 53,1^\circ$$

$$f_2 = 10,951Hz; U_2 = 4,4; \varphi_2 = \pm 72,7^\circ$$

Versuchsprotokolle

Auswertung

Bestimmung der Bandbreite, der Güte, des logarithmischen Dekrements und Reihenverlustwiderstands

$$\Delta f_0 = 11,4 - 11,1 \pm 0,02 \text{ kHz} = 0,3 \pm 0,02 \text{ kHz}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_0} = 37,6 \pm 2,5$$

$$D_0 = 0,084 \pm 0,006$$

$$R_V = \frac{2L}{T} D_0 = 37,9 \pm 2,7 \Omega$$

Bestimmung des Reihenverlustwiderstands aus ABB II.3

$$R_V = \frac{2L}{T} D_0 = 35,3 \Omega$$

Bestätigen der Messwerte gegeneinander:

$$f_S = \frac{f_2 - f_1}{2} = 337 \text{ Hz}$$

$$f_G = \frac{f_1 + f_2}{2} = 11,288 \text{ kHz}$$

Darstellung

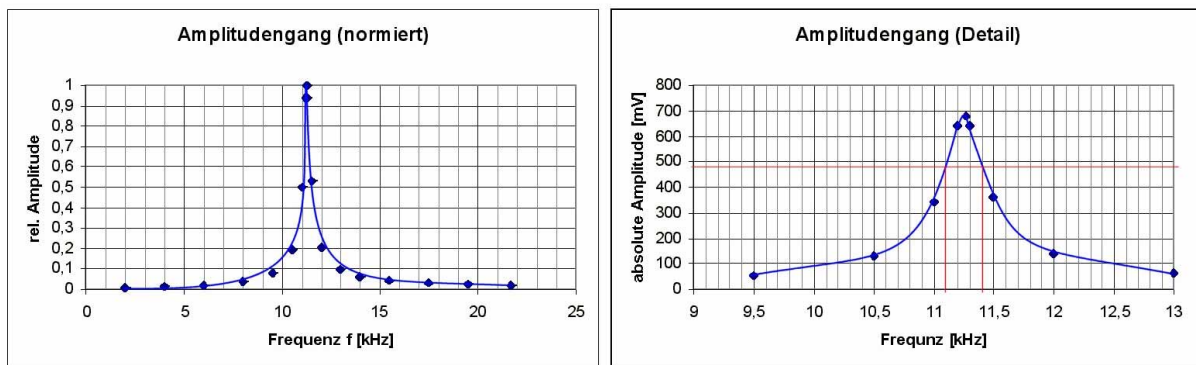


ABB II.1.A UND B: Amplitudengang (normiert) und im Detail.

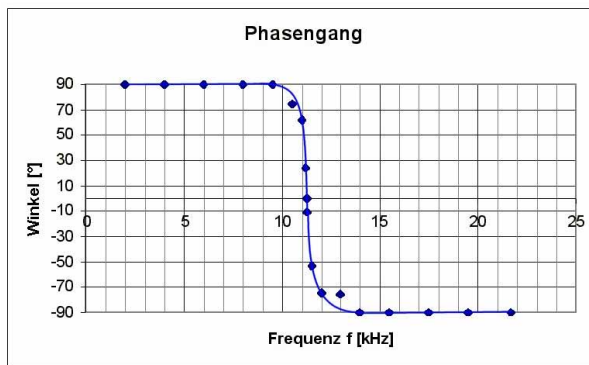


ABB II.1.C: Phasengang des Oszillators

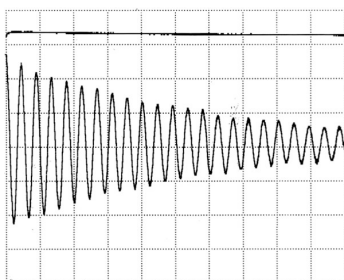


ABB II.2.A: $R_D = 0 \Omega$

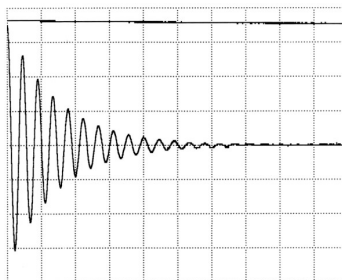


ABB II.2.B: $R_D = 100 \Omega$

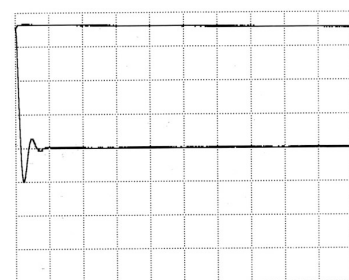


ABB II.2.C: $R_D = 1 \text{ k}\Omega$

Versuchsprotokolle

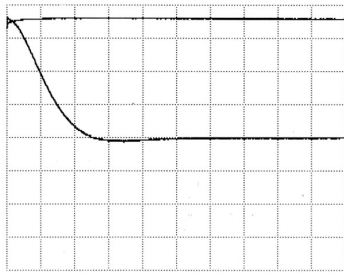


ABB II.2.D: $R_D=2\text{ k}\Omega$

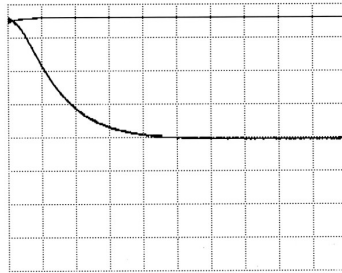


ABB II.2.E: $R_D=2,8\text{ k}\Omega$
(aperiodischer Grenzfall)

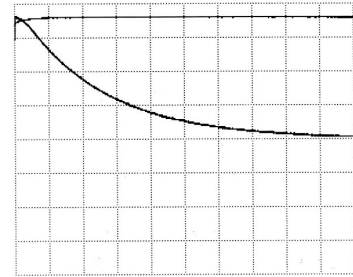


ABB II.2.F: $R_D=5\text{ k}\Omega$
(Kriechfall)

ABB II.2.A-F: Verschiedene Schwingungsmuster bei verschiedenen Einstellungen des Dekatenwiderstandes. Die Frequenz des anregenden Impulses (oberes Signal) ist in allen Fällen **200 Hz** und die Amplitude liegt bei **1,85 V**. Das Verhältnis Einheit zu Spannung für das gemessene Schwingkreissignal ist jeweils **20 mV/div**.

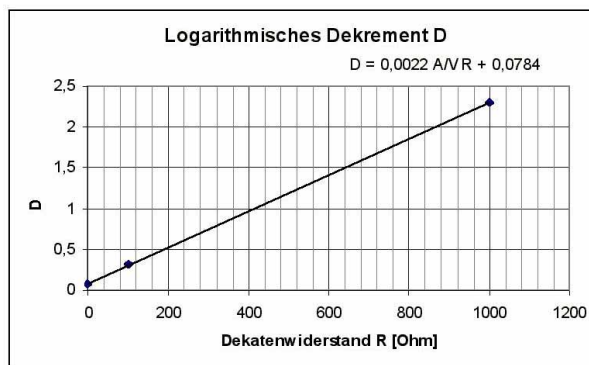


ABB II.3: Auftrag des Dekrements über dem verwendeten Widerstand.

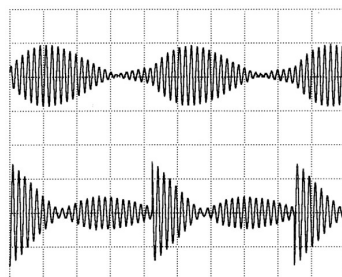


ABB II.4: Darstellung der gekoppelten, freien Schwingung. t- Achse: **0,5 ms/div**; U- Achsen (zweigeteilt) jeweils: **50 mV/div**.

Diskussion

Die Ergebnisse stimmen mit den Vorbetrachtungen überein und sind in sich- unter der Beachtung der Messungenauigkeiten- schließlich stimmig. Die Abweichungen der auf unterschiedlichen Rechenwegen ermittelten Daten sind natürlich auf die unterschiedliche Art der Messung zurückzuführen. Dabei spielte eine der beiden Auswertungswege die lediglich eine Rolle zur Überprüfung der erhaltenen Messwerte, weshalb zu diesen eine zweite Fehlerabschätzung nicht unbedingt zusätzlich nötig ist.

So kommt durch die lineare Regression ein nicht aufgeführter mathematischer Approximationsfehler, welcher schwer abzuschätzen ist. Dafür ist bei der Auswertung der Wellenlängen mittels Ablesen aus den Schwingungsaufzeichnungen ein recht einfach nachzuvollziehender Ablesefehler, der hier auch dokumentiert ist.

Als Bemerkung noch möchte ich an dieser Stelle anbringen, dass die Phasenwinkel bei Resonanz des gekoppelten Schwingkreissystems sich nicht mehr wie zu erwarten (0°) verhalten, sondern abweichende Werte davon einnehmen. Da ich versäumt habe, die Lage der Amplituden zueinander zu protokollieren, ist es im Nachhinein nicht mehr möglich, dies zu rekonstruieren. Dies wäre einer nachträglichen Untersuchung wert- zu geeigneter Gelegenheit.

Die abgezeichneten Messwerte befinden sich im Anhang.

Jena, den 18.02.2003

