

Versuchsprotokolle

Versuch 311

Leistungsanpassung am einfachen und gekoppelten Stromkreislauf

Aufgaben

1. Angabe eines theoretischen, normierten Kurvenverlaufs.
2. Bestimmung der gegebenen Widerstände, insbes. der Innenwiderstände der Stromquellen und Amperemeter.
3. Bestimmen der Leistungskurve eines einfachen Stromkreises mit regelbaren Widerstände, sowie die Leistungskurve, welche durch die Veränderung der Übertragerkopplung am gekoppelten Stromkreis mit konstanten Widerstand entsteht.
4. Analoges Bestimmen der Leistungskurve einer Glühbirne am gekoppelten Stromkreis.

Vorbetrachtung

elektrische Arbeit und Leistung und Wirkungsgrad

Um eine Ladung in einem elektrischen Feld zu bewegen, muss eine gewisse Arbeit

$$W_{el} := \int F_{el} ds = Q \cdot U$$

verrichtet werden. (Auf den Nachweis, dass die Kraft im elektrischen Feld konservativ ist, wird verzichtet.) Darauf aufbauend, kann die elektrische Leistung an einem ohmschen Widerstand folgender Maßen formuliert werden:

$$P_{el} := \int W_{el} dt = \int U \cdot Q dt = U \int Q dt = U \cdot I$$

$$\text{und mit } R = \frac{U}{I} :$$

$$P_{el} = R \cdot I^2$$

Ferner wird der Wirkungsgrad eines Bauteils definiert zu

$$\eta := \frac{W_{geleistet}}{W_{benötigt}} = \frac{P_{Bauteil}}{P_{Gesamt}}$$

Leistungsanpassung am einfachen Stromkreis

Schauen wir uns die Gleichung für die elektrische Leistung noch einmal etwas genauer an, so kann für I eingesetzt werden:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R + R_i}, \text{ wobei } R_i \text{ der Innenwiderstand der Stromquelle ist.}$$

(Zur Erinnerung: Versuch 003 brachte uns zu der folgenschweren Formel $I_k = \frac{U_0}{R_i}$)

Also ergibt sich:

$$\begin{aligned} P(R) &= \frac{U_0^2 \cdot R}{(R + R_i)^2} \\ P'(R) &= \frac{U_0^2 \cdot [(R + R_i) - 2R]}{(R + R_i)^3} = \frac{U_0^2}{(R + R_i)^3} \cdot (R_i - R) \stackrel{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow R = R_i \\ &\Rightarrow P''(R) = \frac{U_0^2 \cdot [-(R + R_i) - 3(R_i - R)]}{(R + R_i)^4} = \frac{2 \cdot U_0^2 \cdot (R - 2R_i)}{(R + R_i)^4} \\ &\Rightarrow P''(R_i) < 0 \Rightarrow \text{Maximum bei } R = R_i \\ &\Rightarrow P_{Max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \end{aligned}$$

Versuchsprotokolle

Für den Wirkungsgrad gilt weiterhin:

$$\eta = \frac{P_{\text{Bauteil}}}{P_{\text{Spannungsquelle}}} = \frac{R \cdot I^2}{(R + R_i) \cdot I^2} = \frac{R}{R + R_i}$$

$$R = R_i \Rightarrow \eta_{\text{Max}} = \frac{R_i}{2R_i} = 0,5$$

Leistungsanpassung am gekoppelten Stromkreis

Sei nun der Primärstromkreis mit einem Transformator mit dem Verbraucherstromkreis gekoppelt. Ferner sei uns eine Übertragerkonstante α bekannt, welche hinsichtlich aller am Transformator auftretenden Effekte (ohmscher Widerstand, Selbstinduktion) die beiden Gleichungen

$$\alpha = \frac{I_{\text{prim}}}{I_{\text{sek}}}$$

$$\alpha = \frac{U_{\text{sek}}}{U_{\text{prim}}}$$

erfüllt.

Damit können wir auf dem im Primärkreislauf entstehenden Widerstand schließen und das Problem auf einen einfachen Stromkreis zurück überführen:

$$R_{\text{prim}} = \frac{U_{\text{prim}}}{I_{\text{prim}}} = \frac{\frac{1}{\alpha} \cdot U_{\text{sek}}}{\alpha \cdot I_{\text{sek}}} = \frac{R_{\text{sek}}}{\alpha^2}$$

Graphentheorie der Leistungsanpassung

Gesucht seien zur Verifizierung der Ergebnisse also zwei normierte Kurven, erstens für $P(R)$ und zweitens für $\eta(R)$. Naja, dann biegen wir das doch glattweg so hin, wie wir es brauchen:

$$y = f_p(R = x \cdot R_i) = \frac{U_0^2 \cdot x \cdot R_i}{(x+1)^2 \cdot R_i^2} = 4 \frac{x}{(x+1)^2}$$

$$y = f_\eta(R = x \cdot R_i) = \eta = \frac{x \cdot R_i}{(x+1) \cdot R_i} = \frac{x}{x+1}$$

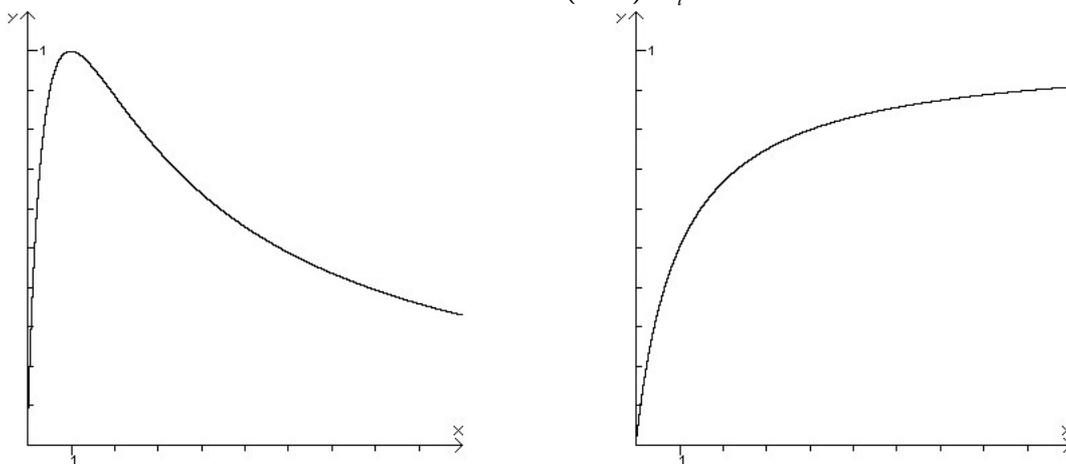


ABB I.1 & ABB I.2: Das theoretische P-R-Diagramm der Funktion $f_p(x)$ (links) und das η -R-Diagramm der $f_\eta(x)$ -Funktion (rechts).

Versuchsprotokolle

Durchführung

Versuchsobjekt:

Grundsaltungen 1 und 2 (siehe Skizze), zwei Digitalmultimeter, Potentiometerwiderstand (≈ 0 bis 230Ω), Festwiderstand ($28,8\Omega$), Glühlampe (kalt: $2,5\Omega$)

Schaltungsskizze:

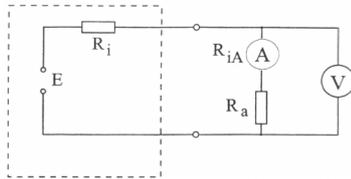


ABB I.3.A: Grundsaltung 1

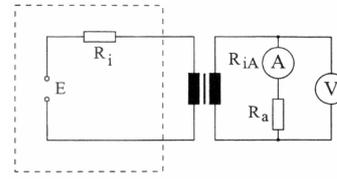


ABB I.3.B: Grundsaltung 2

© „Physikalisches Grundpraktikum“

mögliche systematische Fehler:

1. Fehlerhafte Messgeräte
2. vernachlässigter el. Widerstand der el. Leiter
3. mögliche induktiven Widerstände in den Messgeräten führen zu Verfälschungen der α -Konstante

erwartetes Ergebnis:

Bestätigung des theoretischen Kurvenverlaufs (graphisch) und finden des P-Maximums in der Nähe von $R=R_i$.

Versuchsablauf:

- sämtlicher (Innen-)Widerstände
- Aufbau der jeweiligen Schaltungen
- Aufnahme der Widerstands-Messreihen (U und I)

Fehlerquellen:

$$I, U, R_i$$

Messwerte

Widerstände und Innenwiderstände

Stromquelle:

$$R_{E_1} = (29,0 \pm 0,2)\Omega$$

$$R_{E_2} = (99,0 \pm 0,2)\Omega$$

$$R_{E_3} = (990 \pm 1)\Omega$$

Messgeräte (Amperemeter):

$$R_{A_{2000mA}} = (0,5 \pm 0,2)\Omega$$

$$R_{A_{200mA}} = (1,3 \pm 0,2)\Omega$$

$$R_{A_{20mA}} = (10,2 \pm 0,2)\Omega$$

Widerstände:

$$R_{variabel} \leq (230 \pm 1)\Omega$$

$$R_{invariabel} = (28,8 \pm 0,2)\Omega$$

$$R_{GLkalt} = (2,5 \pm 0,2)\Omega$$

(Für die Versuche wurden Stromquelle 1 und 2 verwendet)

Messreihe 1: einfacher Stromkreis, variabler Widerstand

U [V]	0,19	0,96	1,87	3,14	4,1	4,88	5,44	5,95	6,31	6,68	6,94	7,23	7,46	7,7	7,87
I [mA]	108	101	91	79	70	62	56	51	47	44	41	38	36	33	32

Messreihe 2: gekoppelter Stromkreis, invariabler Widerstand

Verhältnis	<u>1:2</u>	<u>1:3</u>	<u>1:4</u>	<u>1:5</u>	<u>1:6</u>	<u>1:7</u>	<u>1:8</u>	<u>1:9</u>	<u>1:10</u>	<u>1:11</u>	<u>1:12</u>	<u>1:13</u>
α	0,61	0,65	0,7	0,75	0,81	0,9	0,99	1,05	1,18	1,32	1,58	1,91
U [V]	4,15	4,3	4,45	4,59	4,72	4,86	4,92	4,95	4,92	4,77	4,53	4,19
I [mA]	136,3	141,9	147,3	151,8	156,6	160,1	163,1	163,9	163,1	157,5	150,1	139,2

Messreihe 3: gekoppelter Stromkreis, leistungsabhängiger Widerstand

Verhältnis	<u>1:2</u>	<u>1:3</u>	<u>1:4</u>	<u>1:5</u>	<u>1:6</u>	<u>1:7</u>	<u>1:8</u>	<u>1:9</u>	<u>1:10</u>	<u>1:11</u>	<u>1:12</u>	<u>1:13</u>
α	0,61	0,65	0,7	0,75	0,81	0,9	0,99	1,05	1,18	1,32	1,58	1,91
U [V]	3,3	3,35	3,39	3,41	3,4	3,39	3,26	3,11	2,82	2,44	2,08	1,68
I [mA]	231	233	235	235	235	233	229	224	213	197	181	162

Versuchsprotokolle

Auswertung

$$R_{Ges} = R_A + \frac{U}{I} \qquad R'_{Ges} = R_{prim} = \frac{R_{Ges}}{\alpha^2} \qquad \eta = \frac{R}{R + R_i}$$

$$\Delta R_{Ges} = \Delta R_A + \frac{\Delta U}{I} + \frac{U \cdot \Delta I}{I^2} \qquad \Delta R'_{Ges} = \frac{\Delta R_{Ges}}{\alpha^2} \qquad \Delta \eta = \Delta R \frac{R_i}{(R + R_i)^2} + \Delta R_i \frac{R}{(R + R_i)^2}$$

$$P = U \cdot I$$

$$\Delta P = \Delta U \cdot I + U \cdot \Delta I$$

Messreihe 1: einfacher Stromkreis, variabler Widerstand

U [V]	0,19	0,96	1,87	3,14	4,1	4,88	5,44	5,95	6,31	6,68	6,94	7,23	7,46	7,7	7,87
±ΔU	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
I [mA]	108	101	91	79	70	62	56	51	47	44	41	38	36	33	32
±Δ I	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
R [Ω]	1,759	9,505	20,55	39,75	58,57	78,71	97,14	116,7	134,3	151,8	169,3	190,3	207,2	233,3	245,9
RA2000mA [Ω]	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
±Δ RA2000mA	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
RGes [Ω]	2,259	10,01	21,05	40,25	59,07	79,21	97,64	117,2	134,8	152,3	169,8	190,8	207,7	233,8	246,4
±Δ RGes	0,636	0,972	1,543	2,719	4,118	5,923	7,853	10,14	12,48	14,91	17,69	21,28	24,34	29,7	32,19
PGes [W]	0,026	0,102	0,174	0,251	0,289	0,304	0,306	0,305	0,298	0,295	0,285	0,275	0,269	0,255	0,252
±Δ P	0,005	0,008	0,011	0,016	0,019	0,022	0,024	0,026	0,027	0,028	0,029	0,03	0,031	0,032	0,033
η	0,022	0,092	0,175	0,289	0,374	0,444	0,497	0,542	0,576	0,606	0,632	0,658	0,677	0,703	0,713
±Δη	0,006	0,008	0,011	0,014	0,017	0,019	0,021	0,022	0,023	0,024	0,025	0,026	0,026	0,027	0,027

Messreihe 2: gekoppelter Stromkreis, invariabler Widerstand

Verhältnis	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6	1:7	1:8	1:9	1:10	1:11	1:12	1:13
α	0,61	0,65	0,7	0,75	0,81	0,9	0,99	1,05	1,18	1,32	1,58	1,91
U [V]	4,15	4,3	4,45	4,59	4,72	4,86	4,92	4,95	4,92	4,77	4,53	4,19
±ΔU	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
I [mA]	30,45	30,3	30,21	30,24	30,14	30,36	30,17	30,2	30,17	30,29	30,18	30,1
±Δ I	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
R [Ω]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
RA2000mA [Ω]	31,75	74,8	64,31	56,07	47,92	39,08	32,11	28,57	22,6	18,13	12,61	8,607
±Δ RA2000mA	0,583	0,567	0,554	0,543	0,532	0,526	0,519	0,518	0,519	0,531	0,547	0,574
RGes [Ω]	85,32	74,8	64,31	56,07	47,92	39,08	32,11	28,57	22,6	18,13	12,61	8,607
±Δ RGes	0,583	0,567	0,554	0,543	0,532	0,526	0,519	0,518	0,519	0,531	0,547	0,574
RGes' [Ω]	229,3	177	131,2	99,67	73,04	48,25	32,76	25,92	16,23	10,4	5,051	2,359
±Δ RGes'	1,567	1,342	1,131	0,965	0,811	0,649	0,53	0,47	0,373	0,305	0,219	0,157
PGes [W]	0,566	0,61	0,655	0,697	0,739	0,778	0,802	0,811	0,802	0,751	0,68	0,583
±Δ P	0,007	0,007	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,009	0,008	0,008	0,008	0,007

Messreihe 3: gekoppelter Stromkreis, leistungsabhängiger Widerstand

Verhältnis	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6	1:7	1:8	1:9	1:10	1:11	1:12	1:13
α	0,61	0,65	0,7	0,75	0,81	0,9	0,99	1,05	1,18	1,32	1,58	1,91
U [V]	3,3	3,35	3,39	3,41	3,4	3,39	3,26	3,11	2,82	2,44	2,08	1,68
±ΔU	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
I [mA]	231	233	235	235	235	233	229	224	213	197	181	162
±Δ I	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
R [Ω]	14,29	14,38	14,43	14,51	14,47	14,55	14,24	13,88	13,24	12,39	11,49	10,37
RA2000mA [Ω]	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
±Δ RA2000mA	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
RGes [Ω]	39,74	35,21	30,46	26,69	22,81	18,58	15,04	13,05	9,867	7,396	4,804	2,98
±Δ RGes	0,376	0,374	0,373	0,373	0,373	0,374	0,377	0,381	0,39	0,406	0,424	0,449
RGes' [Ω]	106,8	83,35	62,17	47,44	34,77	22,94	15,34	11,83	7,086	4,245	1,924	0,817
±Δ RGes'	1,01	0,885	0,761	0,663	0,569	0,462	0,385	0,346	0,28	0,233	0,17	0,123
PGes [W]	0,762	0,781	0,797	0,801	0,799	0,79	0,747	0,697	0,601	0,481	0,376	0,272
±Δ P	0,009	0,009	0,01	0,01	0,01	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,007	0,007

Versuchsprotokolle

Ergebnisse

Messreihe 1: einfacher Stromkreis, variabler Widerstand

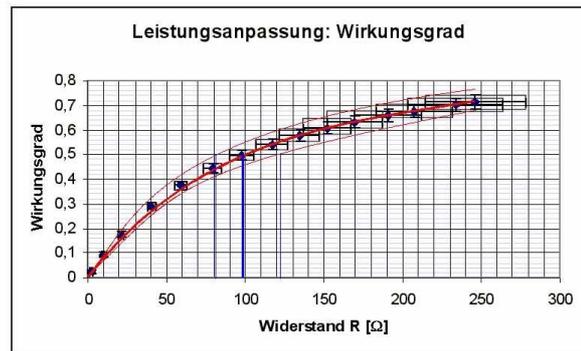
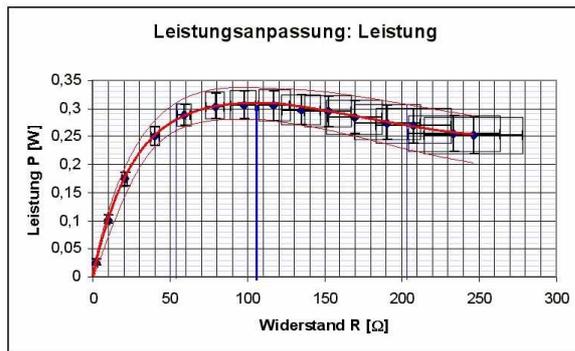


ABB II.1.A: Die Leistungskurve im Anpassungsprozess ergibt im typischen Verlauf ein Maximum in Intervall [53;220]Ω.

ABB II.1.B: Aufgetragen ist exemplarisch die Kurve des Wirkungsgrades über dem Widerstand abgetragen. Deutlich zu sehen ist, dass hiermit der Bereich der Leistungsanpassung viel genauer zu Bestimmen ist als in ABB II.1.A.

Leistungsanpassung bei: $R_{Int}=[81;122] \Omega$; $R_{Approx} \approx 98 \Omega$

Messreihe 2: gekoppelter Stromkreis, invariabler Widerstand

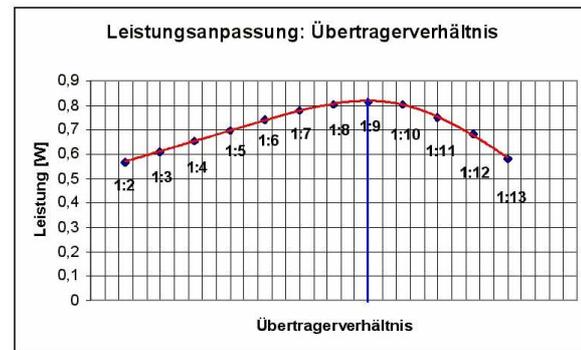
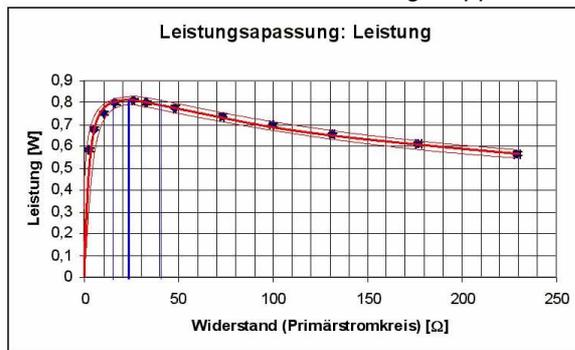


ABB II.2.A: Der ohmsche Widerstand hat eine Leistungsanpassung bei ca. 24 Ω im Primärstromkreis und ein Fehlerintervall von [15;41]Ω.

ABB II.2.B: Dieses Maximum tritt bei einem Übertragerverhältnisses von rund 1:9 auf.

Leistungsanpassung bei: $R_{Int}'=[15;41] \Omega$; $R_{Approx} \approx 24 \Omega$; $U_V \approx 1:9$ (Übertragerverhältnis)

Messreihe 3: gekoppelter Stromkreis, leistungsabhängiger Widerstand

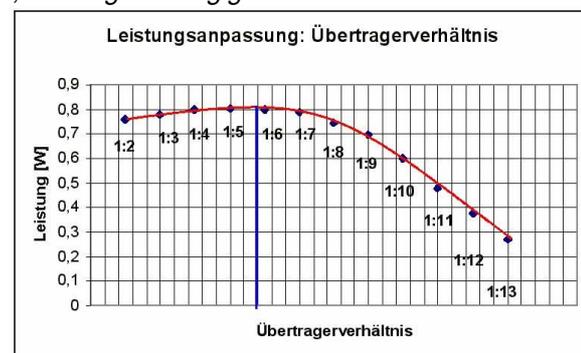
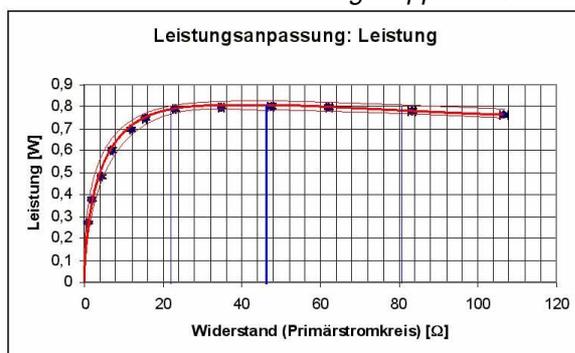


ABB II.3.A: Die Leistungskurve der Glühlampe im Betrieb eines gekoppelten Stromkreises erreicht ein flaches Maximum in Intervall [22;81]Ω,...

ABB II.3.B: ...was einem Übertragerverhältnis zwischen 1:5 und 1:6 entspricht.

Leistungsanpassung bei: $R_{Int}'=[22;81] \Omega$; $R_{Approx} \approx 45 \Omega$; $1:5 \leq U_V \leq 1:6$

Versuchsprotokolle

Diskussion

Der Versuch zeigte Folgendes: Die Leistung ist von dem Verhältnis des Spannungsquelleninnen- und des Lastwiderstandes abhängig. Bei einer Kopplung mittels eines Transformators muss die Übertragung in Form einer Übertragervariable mit berücksichtigt werden. Die im Vorhinein mathematisch konstruierten, theoretischen Wirkungsgrad- und Leistungskurven konnten bestätigt werden. Ein großes Fehlerintervall trat bei Versuchsteil 3 auf, da die Glühbirne unter Belastung einen größeren Widerstand annimmt (Temperaturerhöhung) als im weniger belasteten Zustand. Somit kommt es zu einer eigendynamischen Leistungsanpassung, die Kurve wird flacher und das Fehlerintervall größer. Die erhaltenen Ergebnisse liegen innerhalb der erwarteten Werte. Das Resultat des Experiments ist zufriedenstellend.

Jena, 26.01.02