

Versuch 211

## Viskosität von Luft

### Aufgaben

- Messen der Viskosität  $\eta$  von Luft für
  - zwei verschiedene Umlauffrequenzen bei Atmosphärendruck)
  - unterschiedliche Umgebungsdrücke bei einer Drehfrequenz
- Graphische Auswertung und Bestimmung des gaskinetischen Wirkungsquerschnitt

### Vorbetrachtung

#### Reibung in Gasen

In Analogie zur laminaren Reibung von Flüssigkeiten kann man ebenso eine dynamische Viskosität  $\eta$  (auch Zähigkeit genannt) bei Gasen einführen.

$$F = -\eta A \frac{dv}{dx}$$

Damit kann man bei einer wirbelfreien Strömung mit Hilfe des Geschwindigkeitsgradienten und der Reibungsfläche  $A$  die ausgewirkte Kraft errechnen.

Gleichzeitig gilt für die innere Reibung in Gasen aber auch unter Verwendung von Dichte, mittlere Geschwindigkeit der Teilchen und der mittleren freien Weglänge, dass

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \Lambda$$

Dabei kann die mittlere Geschwindigkeit mittels der Temperatur und der Molekülmasse  $\mu$ ,

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$$

und die mittlere freie Weglänge durch die Dichte und den effektiven Molekülquerschnitt  $D$  dargestellt werden.

$$\Lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{\mu}{D^2\rho}$$

Die letzte Gleichung gilt natürlich nur, wenn  $\Lambda$  kleiner als die Abstände der Gefäßwand ist, denn sonst wird die freie Weglänge eines Teilchens nicht mehr durch einen Stoßprozess, sondern durch die Gefäßwand bestimmt.

Daher ergeben sich zwei Fälle, die unterschieden werden müssen:

#### Fall 1: $\Lambda$ kleiner als die Abstände der Gefäßwand

Es gilt also nach den Gleichungen oben:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}} \cdot \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{\mu}{D^2} \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{4kT\mu}{\pi^3}} \cdot \frac{1}{D^2} \\ &= \sqrt{\frac{4RTM}{9\pi^3}} \cdot \frac{1}{D^2 N_A} \end{aligned}$$

Für die letzte Umformung wurden die fundamentalen Zusammenhänge

$$k = \frac{R}{N_A}; \mu = \frac{M}{N_A}$$

genutzt. Es ergibt sich, dass die Viskosität in diesem Fall nur von der Temperatur abhängt:

$$\eta \sim \sqrt{T}$$

#### Fall 2: $\Lambda$ größer als die Abstände der Gefäßwand

In dem Fall ist  $\Lambda$  konstant und gleich dem Mittel der Abstände der Gefäßwände zueinander.

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}} \cdot \Lambda$$

Es gilt also außer  $\eta \sim \sqrt{T}$ :

$$\eta \sim \rho$$

und wegen  $\rho \sim p$  auch:

$$\eta \sim p$$

## Versuchsprotokolle

### Das Rotationsviskosimeter

Eine Möglichkeit, die Viskosität eines Gases zu bestimmen, ist diese mit einem Rotationsviskosimeter zu ermitteln. Das Rotationsviskosimeter besteht aus zwei Zylindern, die auf der selben Achse liegen und durch einen gasgefüllten Spalt der Dicke  $d$  getrennt sind. Dabei wird der innerer Zylinder mittels eines Motors angetrieben und überträgt diese Rotation mittels des Gases in der Spalte auf den äußeren, mittels Drilldraht aufgehängten Zylinder.

Für kleine  $d$  gilt:

$$\frac{dv}{dx} \approx \frac{\Delta v}{\Delta x} \approx \frac{2\pi \cdot f_{Rot} \cdot r_1}{d}$$

Also wirkt auf den äußeren Zylinder ein Drehmoment von

$$\begin{aligned} M_{Rot} &= F \cdot r_2 \\ &= \eta \cdot A \cdot \frac{2\pi \cdot f_{Rot} \cdot r_1}{d} \cdot r_2 \end{aligned}$$

wobei für A gilt:

$$A = 2\pi \cdot r_2 \cdot h$$

#### Statischen Messmethode

Durch die Drillung des Fadens ergibt sich ein Gegendrehmoment  $M_T$ .

$$M_T = -D_\varphi \cdot \Delta\varphi$$

Dabei gilt für die Schwingungsdauer des Drehpendels

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D_\varphi}}$$

$$D_\varphi = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot I$$

Aus  $M_{Rot} + M_T = 0Nm$  folgt:

$$\eta \cdot 2\pi \cdot r_2 \cdot h \frac{2\pi \cdot f_{Rot} r_1}{d} r_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} I \cdot \Delta\varphi$$

$$\eta = \frac{I \cdot (r_2 - r_1)}{r_2^2 \cdot r_1 \cdot h} \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 f_{Rot}} = K \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 f_{Rot}}$$

#### Dynamische Messmethode

Bei der dynamischen Messung nutzt man die entstehenden Schwingungen direkt aus. Die Schwingungsgleichung lautet:

$$I \cdot \ddot{\varphi} + \eta \cdot A \frac{r_1 r_2 \cdot 2\pi}{d} (\dot{\varphi} - 2\pi \cdot f_{Rot}) + D_\varphi \varphi = 0$$

Diese Differentialgleichung hat die Lösung

$$\varphi(t) = C \cdot e^{\lambda t} + \Delta\varphi$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung folgt daraus:

$$\eta \cdot 2\pi \cdot r_2 \cdot h \frac{2\pi \cdot f_{Rot} r_1}{d} r_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} I \cdot \Delta\varphi$$

$$\eta = \frac{I \cdot (r_2 - r_1)}{r_2^2 \cdot r_1 \cdot h} \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 f_{Rot}} = K \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 f_{Rot}}$$

### Durchführung

#### Versuchsobjekt:

Rotationsviskosimeter, Stoppuhr

#### mögliche systematische Fehler:

1. Fehlerhafte Messgeräte oder Gerätekonstanten
2. unbestimmte Luftfeuchtigkeit

#### erwartetes Ergebnis:

Bestätigung des theoretischen Kurvenverlaufs.

#### Versuchsablauf:

- Bestimmen der Umgebungstemperatur und der Ruhelage des Rotationsviskosimeters
- Bestimmung der Auslenkwinkel bei unterschiedlichen Frequenzen
- Bestimmung der Auslenkwinkel bei unterschiedlichen Drücken

#### Fehlerquellen:

$$T, K, t, \varphi$$

**Versuchsprotokolle**

**Messwerte**

Geräte- und Umgebungskonstanten

$$K = 0,161 \pm 0,005 \frac{kg}{m}$$

$$T = 21,3 \pm 0,5^\circ C$$

Bestimmung der Ruhelage

( $p=600$  Thorr)

$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]
35,8	3,1
35,8	3,1
35,9	3
$\bar{\varphi} = -0,1667$	$\bar{\varphi} = 3,0667$
$\varphi_{Ruhe}$ [rad]	0,2531

Bestimmung bei unterschiedlichen Frequenzen  
( $p=600$  Thorr)

$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]
32,5	3,5
32,4	3,4
32,4	3,4
32,6	3,2
$\bar{\varphi} = -3,525$	$\bar{\varphi} = 3,375$
$\varphi$ [rad]	-0,0131

$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]
35,6	1,9
35,6	1,9
35,6	1,9
35,6	1,8
$\bar{\varphi} = -0,4$	$\bar{\varphi} = 1,875$
$\varphi$ [rad]	0,1287

$$T = 55,5 \pm 0,5s$$

$$f_{Rot} = 1,724 \pm 0,086 Hz$$

$$T = 55,7 \pm 0,5s$$

$$f_{Rot} = 0,833 \pm 0,042 Hz$$

Bestimmung bei unterschiedlichen Drücken

( $f_{Rot}=0,833$  Hz)

$p=100$ Thorr		$p=10$ Thorr		$p=1$ Thorr	
$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]	$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]	$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]
35,9	1,6	35,9	1,6	35	2,6
35,9	1,6	35,9	1,6	35	2,5
35,9	1,5	35,9	1,6	35	2,5
36	1,5	36	1,5	35	2,5
$\bar{\varphi} = -0,075$	$\bar{\varphi} = 1,55$	$\bar{\varphi} = -0,075$	$\bar{\varphi} = 1,575$	$\bar{\varphi} = -1$	$\bar{\varphi} = 2,525$
$\varphi$ [rad]	0,1287	$\varphi$ [rad]	0,1309	$\varphi$ [rad]	0,1331
$p=0,3$ Thorr		$p=0,1$ Thorr		$p=0,05$ Thorr	
$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]	$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]	$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]
36	1,9	35,9	2,3	35,7	2,6
36,1	1,9	35,9	2,3	35,8	2,6
36,1	1,9	35,9	2,3	35,8	2,6
36,1	1,9	36	2,3	35,8	2,6
$\bar{\varphi} = 0,075$	$\bar{\varphi} = 1,9$	$\bar{\varphi} = -0,075$	$\bar{\varphi} = 2,3$	$\bar{\varphi} = -0,225$	$\bar{\varphi} = 2,6$
$\varphi$ [rad]	0,1724	$\varphi$ [rad]	0,1942	$\varphi$ [rad]	0,2073
$p=0,025$ Thorr					
$\varphi_{links}$ [10°]	$\varphi_{rechts}$ [10°]				
36	2,4				
36	2,3				
36,1	2,3				
36,1	2,4				
$\bar{\varphi} = 0,05$	$\bar{\varphi} = 2,35$				
$\varphi$ [rad]	0,2094				

Versuchsprotokolle

**Auswertung**

$$\eta = K \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 \cdot f_{Rot}}$$

$$\Delta\eta = \eta \cdot \left( \frac{\Delta K}{K} + 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta f_{Rot}}{f_{Rot}} + \frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} \right)$$

$p$ [Thorr]	$\varphi$ [rad]	$\Delta\varphi$ [rad]	$\eta$ [μPas]	$ERR(\eta)$ [μPas]
$f_{Rot}=0,833$ Hz				
600	0,1287	0,1244	7,7548	1,9951
100	0,1287	0,1244	7,7548	1,9951
10	0,1309	0,1222	7,6176	1,9791
1	0,1331	0,1200	7,4805	1,9630
0,3	0,1724	0,0807	5,0306	1,6764
0,1	0,1942	0,0589	3,6717	1,5175
0,05	0,2073	0,0458	2,8551	1,4220
0,025	0,2094	0,0437	2,7241	1,4066
$f_{Rot}=1,724$ Hz				
600	-0,0131	0,2662	5,9387	0,9496

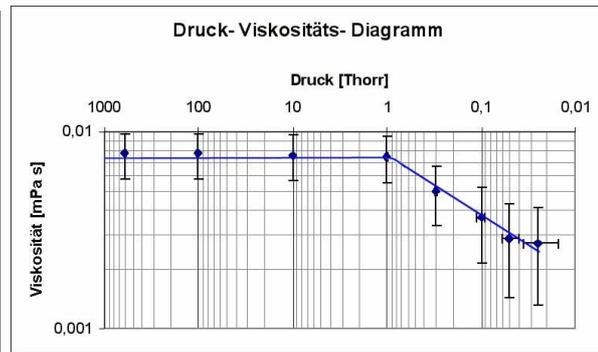
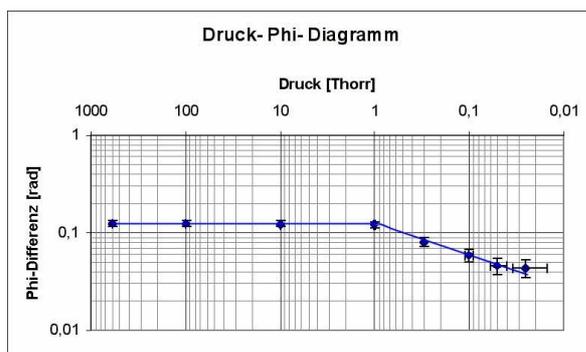
$$D^2 = \sqrt{\frac{4RTM}{9\pi^3}} \cdot \frac{1}{\eta \cdot N_A}$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{4RTM}{9\pi^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\eta \cdot N_A}}$$

$$\Delta D = D \cdot \left( \frac{\Delta T}{4T} + \frac{\Delta \eta}{2\eta} \right)$$

$$D = (2,613 \pm 0,673) \text{ nm}$$

**Darstellung**



**Diskussion**

Ganz offensichtlich gingen mit dem Versuch, (bzw. mit der Auswertung) mit einem oder mehreren eklatanten, systematischen Fehlern einher, welche ich bis zu dieser Zeit noch nicht gefunden habe. Jedenfalls weichen die Ergebnisse durchweg um den Faktor  $\approx 2,5$  vom zu erwartenden Wert ab ( $\eta_{Versuch} = 7,75 \mu\text{Pas}$ ,  $\eta_{Tafel} = 18,2 \mu\text{Pas}$ ). Da davon sämtliche Werte betroffen sind (auch die Messungen mit Druckunterschieden, sowie bei der mit höherer Frequenz.)

Offensichtlich ist es kein Problem der niedrigen Rotationsfrequenz, die aus Gründen der Vorüberlegung deshalb gewählt wurde, damit die Bedingung einer laminaren Strömung erfüllt ist. Ausgeschlossen werden kann ebenso eine Messungenauigkeit der Zeitmessung, da diese für jeden Versuchsgang aufgenommen und zur Auswertung gemittelt worden. Auch kann ich einen Messfehler dieser Größenordnung bezüglich der Frequenzmessung ausschließen. Trotz der zugegebenermaßen recht unkonventionellen Messmöglichkeit der Frequenz, ist ein relativer Fehler von 0,4 bei zwanzig Umläufen ausschließbar. Auch wurde an den Messungen mit der bereitgestellten Uhr keine besonderen Vorkommnisse festgestellt.

Trotz wiederholter Nachrechnung und Korrekturlesung möchte ich an dieser Stelle ebenso wenig ausschließen, dass womöglich ein Rechenfehler innerhalb meiner Auswertung sich kontinuierlich bemerkbar macht, wie auch die Möglichkeit, dass die Gerätekonstante  $K$  diesen systematischen Fehler hervorbringt. Eine Abschätzung der Temperaturabhängigkeit ist unter diesen Umständen soundso unsinnig, zumal keine gravierenden Umweltveränderungen wahrgenommen wurden.

Gezeigt werden konnte dennoch, dass sich die Viskosität im Bereich  $p > 1$  Thorr konstant, während bei  $p < 1$  Thorr sich die Viskosität linear verkleinert, wie es die Theorie uns verspricht.

Die systematische Abweichung führt natürlich auch zu einem zu großen Molekülquerschnitt. Rechnet man den Faktor noch mit ein, so erhält man einen gaskinetischen Moleküldurchmesser von ungefähr  $D = 1,65 \text{ nm}$ .

Ansonsten scheinen die Messwerte recht „sauber“ zu sein, schließlich liegen die Messwerte sehr gut auf den linearen Anstiegen in den Diagrammen. Die abgezeichneten Messwerte liegen im Anhang vor.

Jena, 13.01.2003

**Versuchsprotokolle**

Versuch 211

**Nachtrag zum Protokoll**

**Messwerte**

Korrigierte Zeitmessung

$$T = 38,606 \pm 0,5s$$

**Auswertung**

$$\eta = K \cdot \frac{\Delta\varphi}{T^2 f_{Rot}}$$

$$\Delta\eta = \eta \cdot \left( \frac{\Delta K}{K} + 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta f_{Rot}}{f_{Rot}} + \frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi} \right)$$

$p$ [Thorr]	$\varphi$ [rad]	$\Delta\varphi$ [rad]	$\eta$ [μPas]	ERR( $\eta$ ) [μPas]
$f_{Rot}=0,833$ Hz				
600	0,1287	0,1244	16,1319	3,7421
100	0,1287	0,1244	16,1319	3,7421
10	0,1309	0,1222	15,8466	3,7159
1	0,1331	0,1200	15,5613	3,6898
0,3	0,1724	0,0807	10,465	3,2226
0,1	0,1942	0,0589	7,638	2,9634
0,05	0,2073	0,0458	5,9392	2,8077
0,025	0,2094	0,0437	5,6669	2,7828
$f_{Rot}=1,724$ Hz				
600	-0,0131	0,2662	16,6794	3,5383

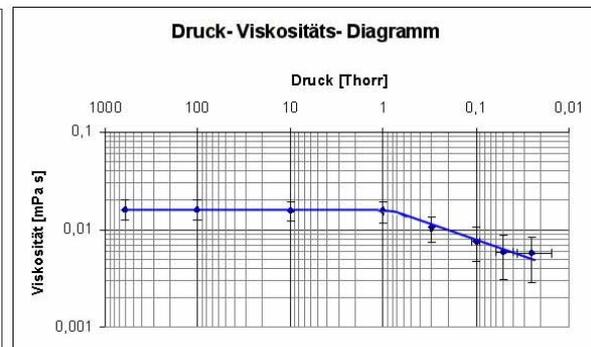
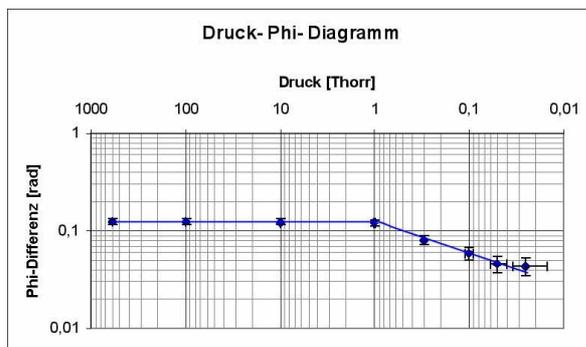
$$D^2 = \sqrt{\frac{4RTM}{9\pi^3}} \cdot \frac{1}{\eta \cdot N_A}$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{4RTM}{9\pi^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\eta \cdot N_A}}$$

$$\Delta D = D \cdot \left( \frac{\Delta T}{4T} + \frac{\Delta \eta}{2\eta} \right)$$

$$D = (1,8111 \pm 0,4232) nm$$

**Darstellung**



**Diskussion**

Mit der korrigierenden Messung der Schwingungsdauer liegen nun die Ergebnisse im Bereich der erwarteten Werte.

Auffällig ist, dass trotz dieser Tatsache, die Ergebnisse immer noch systematisch zu gering sind. Dies jedoch kann an der Ungenauigkeit der Temperaturmessung und der Gerätekonstante liegen. Ferner fällt auf, dass der Wert für 0,025Thorr sichtlich von der Linaren abweicht. Dies kommt durch die zunehmende Unsicherheit des Druckes und dessen steigenden relativen Fehler zustande. Zum einen spielen dort die sehr groben Steuerungsmöglichkeiten mittels Nadelventil, zum andern aber auch die Effekte des Vakuums (siehe [Vakuumversuch](#)) Adsorption, Desorption und Strömungsverhalten eine große Rolle, die die genaue Messung des Druckes zwischen den beiden Walzen fast schon unmöglich machen. Da jedoch diese Abweichungen sehr gut innerhalb des Fehlerintervalls liegt, kann auch dieser Versuch unter Berücksichtigung der Nachmessung als erfolgreich gewertet werden.

Für weitere, nicht bereits diskutierte Punkte, beachten Sie bitte auch die Diskussion des Versuches selbst.

Jena, 13.01.2003

