

Versuchsprotokolle

Versuch 205

Adiabatexponent

Aufgaben

1. Messung des Adiabatenkoeffizientens von Luft nach Clement- Desormes
2. Messung dessen nach dem Verfahren von Rüchardt
3. Bestimmen des Adiabatenkoeffizientens von Luft und CO_2 nach der Flammersfeldschen Schwingungsmethode

Grundlagen

Das Ideale Gas

Als Modellvorstellung in der Thermodynamik muss zur Vereinfachung der Anschauung oft das Modell des Idealen Gases herhalten. Bei den Teilchen eines idealisierten Gases handelt es sich um Punktmassen (bzw. Verbindungen von Punktmassen bei mehratomigen Gasteilchen), welche untereinander außer elastischen Stößen keinerlei Wechselwirkungen besitzen. Als Faustregel gilt: Je niedriger die Siedetemperatur, desto besser ist das Gas als idealisiert zu betrachten.

Für das Ideale Gas gilt die Zustandsgleichung, welche den Zusammenhang zwischen Druck, Volumen, Temperatur und Masse herstellt:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{k}{m} = \nu \cdot R$$

Des Weiteren gilt der 1. Hauptsatz der Thermodynamik, dass die in ein gesteckte Wärmemenge Q in innere Energie (Temperatur) und Volumenarbeit umgewandelt wird- oder anders herum:

$$Q = U + W$$

$$dQ = c_v \cdot m \cdot dT + p \cdot dV$$

Zustandsänderungen

Man kann die Änderungen im Zustand eines Gases in fünf (z.T. idealisierte) Formen aufgliedern. Bei der **isobaren** Zustandsänderung bleibt der Druck konstant, bei einer **isothermen** Temperatur, bei **isochoren** der Druck. Mittels der universellen Zustandsgleichung lassen sich die Verhältnisgleichungen dazu aufstellen.

Untersucht man die spezifischen Wärmekapazitäten stellt man fest, dass diese ganz entscheidend von den Freiheitsgraden der einzelnen Teilchen abhängen. Ferner folgt die Beziehung zwischen dem isochoren c_v und dem isobaren c_p :

$$c_p M \cdot \Delta T = c_v M \cdot \Delta T + p \frac{V}{T} \Delta T$$

$$c_p M = c_v M + \nu \cdot R$$

$$c_p = c_v + 1 = \frac{f + 2}{2}$$

Ferner existieren, wenn man mitzählt, noch zwei weitere Zustandsänderungen, die **polytrope** und die **adiabatische**. Beim adiabatischen Zustandswechsel gibt es keinen Wärmeaustausch mit der Umwelt. Das bedeutet, dass jede verrichtete Volumenarbeit sich in der Änderung der inneren Energie U (Eigentemperatur) widerspiegelt.

$$0 = U + W$$

$$-W = U$$

$$-p \cdot dV = c_v \nu R \cdot dT$$

$$-\frac{dV}{V} \nu R T = \frac{f}{2} \frac{dT}{T} \nu R$$

$$-\ln V = \frac{f}{2} \ln T$$

Versuchsprotokolle

Und daraus, eingesetzt in die Zustandsgleichung, erhalten wir die Adiabaten Gleichung (Poisongleichung).

$$T = V^{-\frac{2}{f}}$$

$$\frac{pV}{T} = pV \cdot V^{\frac{2}{f}} = pV^{\frac{c_p}{c_v}} = pV^\kappa = \nu R$$

Die Bestimmung des Adiabatenexponentens

In dem ersten angewandten Verfahren nach Clement- Desormes nutzt man den direkten Vergleich zwischen der isothermen (mit Wärmeausgleich) und der adiabaten (ohne Wärmetausch) Zustandsänderung:

$$p \cdot V = const = \nu \cdot R \cdot T \qquad p \cdot V^\kappa = const = \nu \cdot R \cdot T$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

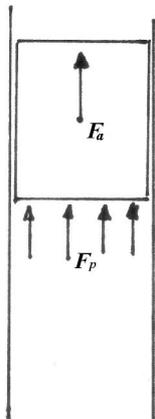
$$\frac{dp_{iso}}{dV} = \frac{d \frac{\nu \cdot RT}{V}}{dV} = -\frac{\nu \cdot RT}{V^2} = -\frac{p}{V} \qquad \frac{dp_{ad}}{dV} = \frac{d \frac{\nu \cdot RT}{V^\kappa}}{dV} = -\frac{\kappa \cdot \nu \cdot RT}{V^{\kappa+1}} = -\frac{\kappa \cdot p}{V}$$

Lässt man nun ein komprimiertes Gas p_{Anf} adiabatisch ausgleichen, so ändert sich der Druck um p_{ad} . Schließt man sogleich dann die Gasmenge und lässt den Temperaturabfall isochor ausgleichen, so besteht die Änderung des Gasdruckes bzgl. des Anfangswertes um p_{iso} . Es gilt dann nach den oberen Gleichungen:

$$p_{ad} = \kappa \cdot p_{iso}$$

$$\kappa = \frac{p_{ad}}{p_{iso}}$$

In den anderen Verfahren nutzt man die Schwingungen aus, die ein Körper in einem Gaslauf vollführt, während das Gas durch eben diese Schwingungen harmonisch adiabatisch komprimiert und dekomprimiert wird.



$$F_a = F_p$$

$$m\ddot{x} = A dp = -A \frac{\kappa p}{V} dV = -\frac{\kappa p}{V} A^2 dx = -\frac{\kappa p}{V} A^2 x$$

$$m\ddot{x} + \frac{\kappa p}{V} A^2 x = 0$$

Diese Schwingung besitzt die Schwingungsdauer:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{Vm}{\kappa p A^2}}$$

$$\kappa = \frac{4\pi^2 Vm}{T^2 p A^2}$$

Durchführung

Versuchsobjekt:

Versuchsaufbau nach Clement- Desormes, Rüchardt bzw. Flammersfeld

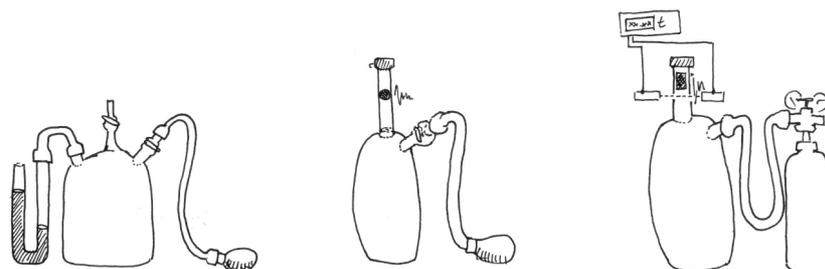


ABB. 2 A-C: Versuchsaufbau nach Clement- Desomes, Rüchardt bzw. Flammersfeld (von links).

Versuchsprotokolle

mögliche systematische Fehler:

1. unbeachtete Luftdruckänderungen
2. die Luftfeuchtigkeit verhält sich nicht adiabatisch (da kein ideales Gas)
3. (Clement- Desormes) Druckverluste durch undichte Apparatur
4. (Clement- Desormes) Wärmeaustausch auch während des Druckausgleiches (kein rein adiabatischer Vorgang)
5. (Rüchardt) Druckverluste durch Luftpolster zw. Kugel und Glaswand
6. (Rüchardt) Wärmeaustausch bei großen Schwingungsamplituden
7. (Rüchardt/Flammersfeld) Luftreibungsverluste zwischen Wand und Kugel,
8. (Rüchardt/Flammersfeld) Einschwingdauer des Systems möglicherweise unzureichend beachtet

erwartetes Ergebnis:

Übereinstimmung zwischen theoretischen und praktischen Wert innerhalb der möglichen Messtoleranzen.

Versuchsablauf:

- Aufnahme der Umweltbedingungen
- Messung nach Clement- Desormes
- Messung nach Rüchardt
- Messung nach Flammersfeld

Fehlerquellen:

$$\Delta p_L = 0,5 \text{thorr}, \Delta h = 0,2 \text{cm}, \Delta T_{\text{Hand}} = 0,2 \text{s}, \Delta T_{\text{LS}} = 0,01 \text{s},$$

$$\Delta m, \Delta A, \Delta V \text{ wie angegeben}$$

Messwerte

Umgebung

Zeit	Luftdruck	Temperatur
14: ³⁰	99191,866Pa	21,7°C
15: ⁰⁰	99191,866Pa	21,7°C
15: ³⁰	99191,866Pa	21,7°C

Apparatur

Rüchardt	Flammersfeld
$m = 16,7 \pm 0,1 \text{g}$	$m = 4,59 \pm 0,01 \text{g}$
$V = 5196 \pm 2 \text{cm}^3$	$V = 1140 \pm 5 \text{cm}^3$
$A = 2,01 \pm 0,02 \text{cm}^2$	$A = 1,11 \pm 0,01 \text{cm}^2$

Messung nach Clement- Desormes

h_{Ausl} [cm]	7,6	11,5	17,5	23,4	29,6
h_{End} [cm]	1,8	2,2	4,0	5,1	6,8

Messung nach Rüchardt

$$4 \text{ Perioden: } T_1 = 3,0 \text{s}, T_2 = 3,3 \text{s}, T_3 = 2,9 \text{s}, T_4 = 3,0 \text{s}, T_5 = 3,1 \text{s}, T_6 = 3,1 \text{s}$$

$$5 \text{ Perioden: } T_7 = 3,6 \text{s}, T_8 = 3,7 \text{s}, T_9 = 3,8 \text{s}, T_{10} = 3,8 \text{s}, T_{11} = 3,7 \text{s}, T_{12} = 3,8 \text{s}$$

Messung nach Flammersfeld

$$\text{Luft: } T_{50} = 17,54 \text{s}, T_{100} = 34,75 \text{s}, T_{200} = 69,51 \text{s}$$

$$\text{CO}_2: T_{50} = 17,99 \text{s}, T_{100} = 36,10 \text{s}, T_{200} = 79,09 \text{s}$$

Versuchsprotokolle

Auswertung

Messung nach Clement- Desormes

$$\kappa = \frac{p_{ad}}{p_{iso}} = \frac{p_{Anf}}{p_{Anf} - p_{End}} = \frac{h_{Ausl}}{h_{Ausl} - h_{End}}$$

$$\Delta\kappa = \kappa \cdot \frac{\Delta h}{h_{Ausl}}$$

h_{Ausl} [cm]	7,6	11,5	17,5	23,4	29,6
h_{End} [cm]	1,8	2,2	4,0	5,1	6,8
κ	1,31±0,03	1,24±0,02	1,30±0,01	1,28±0,01	1,30±0,01

Messung nach Rüchardt und Flammersfeld

$$\kappa = \frac{4\pi^2 \cdot Vm}{T^2 \cdot pA^2}$$

$$p = p_L + \frac{mg}{A}$$

$$\Delta\kappa = \kappa \cdot \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta p}{p} + \frac{2\Delta A}{A} \right)$$

$$= \kappa \cdot \left(\frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta X}{X} \right)$$

Rüchardt

t [s]	3,0	3,3	2,9	3,0	3,1	3,1	3,6	3,7	3,8	3,8	3,7	3,8
n _{Perioden}	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5
T [s]	0,75	0,825	0,725	0,75	0,775	0,775	0,72	0,74	0,76	0,76	0,74	0,76
ΔT [s]	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
κ	1,507	1,246	1,613	1,507	1,412	1,412	1,636	1,548	1,468	1,468	1,548	1,468
$\pm\Delta\kappa$	0,141	0,109	0,155	0,141	0,129	0,129	0,135	0,126	0,117	0,117	0,126	0,117
Mittelwert	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486	1,486
Abweichung	0,021	-0,240	0,127	0,021	-0,074	-0,074	0,149	0,062	-0,018	-0,018	0,062	-0,018

Flammersfeld

t [s]	Luft			CO ₂		
	17,54	34,75	69,51	17,99	36,1	72,09
n _{Perioden}	50	100	200	50	100	200
T [s]	0,3508	0,3475	0,34755	0,3598	0,361	0,36045
ΔT [s]	0,004	0,002	0,001	0,004	0,002	0,001
κ	1,368	1,394	1,394	1,300	1,292	1,296
$\pm\Delta\kappa$	0,050	0,043	0,039	0,047	0,040	0,036

Versuchsprotokolle

Ergebnisse

theoretisch

Luft ist ein Gasgemisch aus N_2 , O_2 und CO_2 , wobei N_2 und O_2 den größten Anteil darstellen. Die Teilchen dieser beiden Gase über 5 Freiheitsgrade verfügen, muss in Näherung gelten:

$$\kappa_{Luft} \approx \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + 1}{c_v} = 1 + \frac{2}{5} = 1,4$$

CO_2 hingegen ist 6-freiheitsgradig. Deshalb ist für dieses Gas

$$\kappa_{CO_2} \approx \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + 1}{c_v} = 1 + \frac{1}{3} = 1,33$$

Clement- Desormes

$$\kappa_{Luft} = 1,286 \pm 0,03$$

Rüchardt

$$\kappa_{Luft} = 1,48 \pm 0,16$$

Flammersfeld

$$\kappa_{Luft} = 1,394 \pm 0,039$$

$$\kappa_{CO_2} = 1,296 \pm 0,036$$

Diskussion

Auffallend im Versuch ist, dass Clement- Desormes systematisch nach „unten“ verfälscht sein muss, da die wesentlich genaueren Messmethoden auf Schwingdauerbasis unter gleichen Bedingungen viel genauere Ergebnisse liefern. Meine Vermutung ist, dass der Grund für diese Messabweichungen in den den Versuch störenden Wärmequellen im Labor zu finden ist. Da der Druckbehälter nicht abgeschirmt ist, macht sich jeder Experimentierende in dessen Umgebung bemerkbar. Ebenfalls ist denkbar, dass zwischen Pumpen des Systems und den Druckausgleich sich die Wärme noch nicht restlos ausgeglichen hatte und so das Ergebnis im weiteren Versuchsverlauf nach „unten“ gedrückt wurde.

Auch der Rüchardtversuch liefert eine systematische Abweichung- allerdings nach oben. Verantwortlich sind dafür wohl die Luftströmungs und Reibungsprozesse zwischen Wand und Kugel sowie mögliche Messungenauigkeiten und subjektive Fehler. Änderungen in der Umwelt können durch stichprobenhafte Messwertaufnahme von Temperatur und Luftdruck ausgeschlossen werden. Die besten Ergebnisse lieferte wie erwartet Flammersfeld.

Die Ergebnisse der verschiedenen Messungen bestätigen unter Berücksichtigung der Messungenauigkeiten der angewandten Verfahren die vorangegangenen Vermutungen.

Die aufgenommenen Messwerte sind im Anhang zu finden.

Jena, 05.05.2002

