

### 3. Übungsserie zur Vorlesung

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

Abgabe der Lösungen in der 3. Übungsstunde

1. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a)  $xy' + 2y - xy^2 = 0$   $y(1) = 1$

b)  $y' - \frac{3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)}y = -\frac{y^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$   $y(-4/3) = -12/5$

c)  $xy' - y = y^2 \cos x$   $y(\pi) = \pi$

d)  $y' + \frac{1}{x}y = xy^2$   $y(1) = 1$

e)  $2xy' - y - 10x^3y^5 = 0$   $y(2) = 1/2$

2. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a)  $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$   $y(1) = -2$

b)  $x(x-1)y' - (1+2x)y + y^2 + 2x = 0$   $y(1/2) = 0$

c)  $y' = 2 - 2xy + y^2$   $y(0) = 1$

Hinweise: 1.  $\int_0^x e^{t^2} dt$  ist eine Stammfunktion zu  $e^{x^2}$ .

2. Die zu bestimmenden speziellen Lösungen sind einfache Potenzfunktionen mit eventuell negativen Exponenten.

3. Zeigen Sie, dass eine exakte Differentialgleichung vorliegt, und lösen Sie diese:

a)  $(5x - 2y) + (y - 2x)y' = 0$  ,  $y(1) = 3$

b)  $\frac{1}{y} + x - \frac{x}{y^2}y' = 0$  ,  $y(1) = 2$

c)  $(2x - 9x^2y^2) + (4y^3 - 6x^3y)y' = 0$  ,  $y(0) = 1$

d)  $(2xe^y - 1) + (x^2e^y + 1)y' = 0$  ,  $y(1) = 0$

e)  $(\cos y + 2xy) + (x^2 - y - x \sin y)y' = 0$  ,  $y(0) = \sqrt{2}$

4. Bestimmen Sie den integrierenden Faktor und lösen Sie die Differentialgleichung:

a)  $4x + 3y^2 + 2xyy' = 0$

b)  $-2xy + (3x^2 - y^2)y' = 0$

Die mit □ gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.