Sommersemester 2008

2. Übungsserie zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Abgabe der Lösungen in der 2. Übungsstunde

1. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

   a) $y' = (x+y)^2$ $\boxed{\text{b)}}$ $y' = (x-y+3)^2$

   c) $y' = \dfrac{x-y-1}{x-y+1}$

   Hinweis: Substituieren Sie die abhängige Variable $y(x)$ durch $z(x) = ay(x) + bx + c$ mit geeigneten a, b, c und schreiben Sie die Differentialgleichung um.

2. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

   a) $y' = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{y^2}{x^2} + 1\right)$ b) $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$

   $\boxed{\text{c)}}$ $y' = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$

3. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

   a) $xy' - y = x \tan \dfrac{y}{x}$ $y(1/2) = \pi/12$

   b) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - 2$ $y(1) = 1$

   c) $(x-y)y' = y$ $y(2) = 1$

4. Geben Sie sämtliche Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen an:

   a) $y' + y \tan x = 0$ b) $y' + \dfrac{y}{x} = x^3$

   $\boxed{\text{c)}}$ $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$ d) $(xy' - 1)\ln x = 2y$

   e) $xy' + y = x^2 + 3x + 2$ f) $y' + \dfrac{3x^2+1}{x(x^2+1)}y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

5. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

   a) $x^2y' + y - 2xy - x^2 = 0$ $y(1) = 1$

   b) $x(y' - y) = (1+x^2)e^x$ $y(-1) = 1/e$

   $\boxed{\text{c)}}$ $y' - y \sin x = \sin 2x$ $y(\pi/2) = 3$

   d) $y' + \dfrac{2x-1}{x(x-1)}y = \dfrac{1}{x(x-1)}$ $y(1/2) = -1$

Die mit $\square$ gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.