

7. Übungsserie zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme:

$$\text{a) } 2y^5 y'' = -1 \qquad y(1) = -1, \quad y'(1) = 1/2$$

$$\text{b) } y'' = 2 \sin(2y) \qquad y(0) = \pi/2, \quad y'(0) = 2$$

$$\text{c) } y'' = (y')^2 \sin y \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

$$\text{d) } 3yy'y'' = (y')^3 - 1 \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \quad .$$

2. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + y_2 \\ y_2' &= 3y_1 + 4y_2 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 \\ y_2' &= y_1 + 3y_2 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 - 3y_2 \\ y_2' &= 3y_1 + y_2 \end{aligned}$$

$$\text{d) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 + y_2 \\ y_2' &= -2y_1 + 3y_2 \end{aligned}$$

3. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + 2 \\ y_2' &= -y_1 + y_2 + 4x \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + 4y_2 + \cos x \\ y_2' &= -y_1 - 2y_2 + \sin x \end{aligned}$$

4. Lösen Sie die Anfangswertprobleme:

$$\text{a) } \begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + y_2 + e^{-x} & y_1(0) &= -\frac{5}{12} \\ y_2' &= 3y_1 + 4y_2 + 1 & y_2(0) &= \frac{1}{20} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 + y_2 + 2e^{2x} \sin x & y_1(0) &= 0 \\ y_2' &= -2y_1 + 3y_2 + 2e^{2x} \cos x & y_2(0) &= 2 \end{aligned}$$

5. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_1 + y_2 + y_3 & y_1(0) &= 1 \\ y_2' &= y_1 - y_2 + y_3 & y_2(0) &= 0 \\ y_3' &= y_1 + y_2 + y_3 & y_3(0) &= 0 \end{aligned}$$