Sommersemester 2007

6. Übungsserie zur Vorlesung - Lösungen

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. a) $y(x) = x^2 + x^3 \qquad -\infty < x < 0$

   b) $y(x) = x^2[\cos(\ln x) - 2\sin(\ln x)] \qquad 0 < x < \infty$

   c) $y(x) = \dfrac{e - 2e^x}{x^3} + \dfrac{e^x - 1}{x^2} \qquad 0 < x < \infty$

   d) $y(x) = 2x[x^2 - 2\ln x - 1] \qquad 0 < x < \infty$

2. a) $y(x) = x^3 + 2x^2 + 4 \qquad 0 < x < \infty$

   b) $y(x) = 2x + 2 - \dfrac{1}{x} \qquad 0 < x < \infty$

   c) $y(x) = x^2(c_1 + c_2 e^{-x} + c_3 e^{-2x}) \qquad x \neq 0$

   d) $y(x) = c_1 e^{2x} + c_2(2x + 1)$

3. $$y(x) = c_1 x + c_0 \left(1 + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+2}}{2n+1} \right) = c_1 x + c_0(1 + x \arctan x)$$

4. $$y(x) = c_1 x + c_0 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \binom{1/2}{n} x^{2n} = c_1 x + c_0 \sqrt{1 - x^2} \qquad |x| < 1$$

5. $y(x) = e^x$

6. a) $\lambda_k = (k\pi)^2 + \dfrac{1}{4}$ und $y_k(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \sin(k\pi x)$ für $k \in \mathbb{N}$

   b) $\lambda_k = \left(k\pi + \dfrac{\pi}{4}\right)^2$ und $y_k(x) = e^{-x} \sin\left(\left(k\pi + \dfrac{\pi}{4}\right) x\right)$ für $k \in \mathbb{N}$

7. $\lambda_k = (k\pi)^2$ und $y_k(x) = \sin(k\pi \ln x)$ für $k \in \mathbb{N}$