

3. Übungsserie zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Abgabe der Lösungen in der Vorlesung am 30.05.2007

1. Geben Sie sämtliche Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen an:

a) $y' + y \tan x = 0$

b) $y' + \frac{y}{x} = x^3$

c) $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$

d) $(xy' - 1) \ln x = 2y$

e) $xy' + y = x^2 + 3x + 2$

f) $y' + \frac{3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)}y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

2. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $x^2y' + y - 2xy - x^2 = 0$

$y(1) = 1$

b) $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x$

$y(-1) = 1/e$

c) $y' - y \sin x = \sin 2x$

$y(\pi/2) = 3$

d) $y' + \frac{2x - 1}{x(x - 1)}y = \frac{1}{x(x - 1)}$

$y(1/2) = -1$

3. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $xy' + 2y - xy^2 = 0$

$y(1) = 1$

b) $y' - \frac{3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)}y = -\frac{y^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

$y(-4/3) = -12/5$

c) $xy' - y = y^2 \cos x$

$y(\pi) = \pi$

d) $y' + \frac{1}{x}y = xy^2$

$y(1) = 1$

e) $2xy' - y - 10x^3y^5 = 0$

$y(2) = 1/2$

4. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$

$y(1) = -2$

b) $x(x - 1)y' - (1 + 2x)y + y^2 + 2x = 0$

$y(1/2) = 0$

c) $y' = 2 - 2xy + y^2$

$y(0) = 1$

Hinweis: $\int_0^x e^{t^2} dt$ ist eine Stammfunktion zu e^{x^2} .

Die mit \square gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.