

## 2. Übungsserie zur Vorlesung

### Gewöhnliche Differentialgleichungen

Abgabe der Lösungen in der Vorlesung am 16.05.2007

1. Ermitteln Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen und untersuchen Sie die globale beziehungsweise lokale Eindeutigkeit der Anfangswertprobleme:

- a)  $y' = -2y$   
 b)  $y' = -\operatorname{sgn} y \sqrt{|y|} x$   
 c)  $y' = 3\sqrt[3]{y^2} \cos x$

2. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

- a)  $y' = (x + y)^2$                       b)  $y' = (x - y + 3)^2$   
 c)  $y' = \frac{x - y - 1}{x - y + 1}$

3. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

- a)  $y' = \frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{x^2} + 1 \right)$                       b)  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$   
c)  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

4. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a)  $xy' - y = x \tan \frac{y}{x}$                        $y(1/2) = \pi/12$   
 b)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$                                $y(1) = 1$   
 c)  $(x - y)y' = y$                                $y(2) = 1$

5. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a)  $y' = \frac{x + 2y + 1}{2x - 3}$                                $y(1) = -\frac{5}{4}$   
 b)  $y' = \frac{x + y - 2}{-x + y - 4}$                                $y(1) = 3$   
 c)  $y' = \frac{y + 1}{x + 2} - e^{\frac{y+1}{x+2}}$                                $y(0) = 0$

6. Ein Hund schwimmt von einem Ufer eines Flusses zu seinem Herrn, der senkrecht gegenüber auf dem anderen Ufer steht; er schwimmt so, dass seine Schnauze stets auf seinen Herrn gerichtet ist. Welchen Differentialgleichungen genügen die Koordinaten  $x(t)$ ,  $y(t)$  des jeweiligen Ortes des Hundes? Man bilde die Differentialgleichung seiner Bahnkurve  $y = y(x)$ , untersuche die Lösungen dieser Differentialgleichung und berechne die Zeit, die der Hund zum Überqueren des Flusses braucht.

Hinweis: Die konstante Geschwindigkeit des Hundes sei  $v$ , das Wasser ströme mit der Geschwindigkeit  $c$ , die Breite des Flusses sei  $a$ .

Die mit □ gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.