

1. Übungsserie zur Vorlesung - Lösungen

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. a) $y(x) = \arctan x + c$ b) $y(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c$
- c) $y(x) = \tan(x+c)$ d) $y(x) = 1 - \frac{2}{ce^{2x} + 1}$ und $y(x) \equiv 1$

In allen Fällen ist $c \in \mathbb{R}$ frei wählbar und hängt das Definitionsgebiet der Lösungen selbstverständlich von der Wahl der Konstanten c ab.

2. $y(x) = a \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right) - \sqrt{a^2 - x^2} \quad 0 < x \leq a$

3. $P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) e^{-\lambda K t}} \quad t \geq 0$

4. $s(t) = 50e^{-\frac{1}{500}t} \quad t \geq 0$

5. a) $y(x) = \frac{1}{x^2 - c}$
- b) $y(x) = -\ln(\cos x - c)$
- c) $y(x) = \frac{c-x}{1+cx}$
- d) $y(x) = c \ln x \quad x > 0$

In allen Fällen ist $c \in \mathbb{R}$ frei wählbar und hängt das Definitionsgebiet der Lösungen selbstverständlich von der Wahl der Konstanten c ab.

6. a) $y(x) = \sqrt[4]{\frac{4x^3 - 60}{3}} \quad \sqrt[3]{15} < x < \infty$
- b) $e^{y^2} = \ln \left(\frac{2x}{x+2} \right) + e \quad x \geq \frac{4}{2 - e^{-e}} - 2$
- c) $y(x) = \sqrt{\ln x^2 - x^2 + 5} \quad \text{zum Beispiel } 1/4 < x < 2$
- d) $y(x) = \frac{1}{1-x} \quad 1 < x < \infty$
- e) $y(x) = 2 \sin x - 1 \quad -\pi/2 < x < \pi/2$
- f) $y(x) \equiv 1 \quad -\infty < x < \infty$
- g) $y(x) \equiv 2\pi \quad -\infty < x < \infty$