

1. Übungsserie zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Abgabe der Lösungen in der Vorlesung am 02.05.2007

1. Lösen Sie folgenden Differentialgleichungen:

a) $y' = (1 + x^2)^{-1}$ b) $y' = (1 - x^2)^{-1}$
 c) $y' = (1 + y^2)$ d) $y' = (1 - y^2)$

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x}, \quad y(a) = 0 \quad .$$

3. Lösen Sie die Differentialgleichung des logistischen Wachstums

$$P' = \lambda P(K - P) \quad (\lambda, K > 0 \text{ konstant}) \quad .$$

4. Ein Tank enthält 1000 Liter Wasser, in dem anfänglich 50 Kilogramm eines Salzes gelöst seien. Pro Minute mögen 2 Liter der Salzlösung aus dem Tank auslaufen und 2 Liter reinen Wassers zulaufen, die sich sofort und vollständig mit der vorhandenen Salzlösung vermischen. Wieviel Kilogramm Salz sind t Minuten nach Beginn des Auslaufens noch im Tank vorhanden?

5. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen und skizzieren Sie die verschiedenen Lösungen:

a) $y' = -2xy^2$

b) $y' = e^y \sin x$

c) $(x^2 + 1)y' = -y^2 - 1$

d) $y = y' x \ln x \quad x > 0$

6. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y^3 y' = x^2$ $y(3) = 2$

b) $y' = \frac{e^{-y^2}}{y(2x + x^2)}$ $y(2) = 1$

c) $xyy' = 1 - x^2$ $y(1) = 2$

d) $xy' = y^2 - y$ $y(2) = -1$

e) $y' \tan x - y = 1$ $y(\pi/6) = 0$

f) $y' = 1 - y^2$ $y(0) = 1$

g) $y' = \cos^2 y - 1$ $y(\pi) = 2\pi$

Die mit gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.