

Gewöhnliche Differentialgleichungen
FSU Jena - SS 2007
- Wiederholungsklausur -

Dozent: Prof. Dr. H.G. Leopold

05 Oktober, 2007

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem und geben Sie den maximalen Definitionsbereich an

$$x^2 y' + y^2 = 0, \quad y(1) = 3$$

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = 8 - 2y^2, \quad y(1) = 2$$

3. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(x + y)y' = x - y, \quad y(1) = -2$$

4. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' + \frac{y}{\cot x} = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 1$$

5. Die Koeffizientenfunktionen der linearen Differentialgleichung

$$\sum_{i=0}^n p_i(x) \cdot y^{(i)}(x) = 0$$

seien stetig auf dem Intervall I . Zeigen Sie dass für die Wronskideterminante von n Lösungen u_1, \dots, u_n gilt

$$W' = -p_{n-1}(x)W$$

bzw.

$$W(u_1, \dots, u_n)(x) = W(u_1, \dots, u_n)(x_0) e^{-\int_{x_0}^x p_{n-1}(t) dt} \quad x_0 \in I$$

6. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + 4y = \frac{2}{\cos 2x}, \quad y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = 0$$

7. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y'' = 4 - \frac{y'}{x}$$

8. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$xy'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

9. Finden Sie die Eigenwerte und dazu die Eigenfunktionen des Anfangswertproblems

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0$$

10. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$y_1' = y_1 - y_2 + 8x, \quad y_2' = 5y_1 - y_2$$