

Funktionentheorie

FSU Jena - SS 08

Klausur

Prof. Weber

7. Juli 2008

Aufgabe 01

Nennen Sie die Definition von:

- Ganze Funktion
- Hebbare Singularität
- Komplexes Kurvenintegral für eine \mathcal{C}^1 -Kurve γ

Aufgabe 02

Formulieren Sie folgende Sätze:

- Satz über die Laurentreihenentwicklung einer holomorphen Funktion in einem Ringgebiet (einschließlich Aussage über Art der Konvergenz und Cauchy-Formeln)
- Satz von Riemann
- Satz von Casorati-Weierstraß

Aufgabe 03

M sei die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit $|z + \bar{z}| \leq |z|^2$. Um welche Menge M handelt es sich? Skizzieren Sie M .

Aufgabe 04

Bestimmen Sie den Konvergenzradius:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot 2^n} z^n$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{3n-1} n^n}{(\log n) \cdot 5^n \cdot n!} z^n$

Aufgabe 05

- $\ln i$
- $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{-i}$

Aufgabe 06

Man bestimme

$$\int_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^2 + \pi^2}$$

Aufgabe 07

Zu $v = -x^3 + 9x^2y + 3xy^2 - 3y^3 + 3x^2 + 4xy - 3y^2$ bestimme man u , so dass $w = u + iv$ holomorph ist und $w(0) = 0$ gilt.

Aufgabe 08

Ermitteln Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung

$$z^2 = -5 - 12i$$

in der Form $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$, keine gerundeten Werte!).