# Übungen zur Elektrodynamik WS 06/07

**H 10**

Abgabetermin: 11.01.07

**(27) Interferenz** **2 P.**

Zwei ebene Wellen gleicher linearer Polarisation und Amplitude propagieren mit Wellenvektoren $\vec{k}_1 = (\alpha, -\beta, 0)$ bzw. $\vec{k}_2 = (\alpha, \beta, 0)$ und seien um $\varphi$ phasenverschoben. Wie lautet das elektrische Feld auf der Geraden $\vec{r} \times \vec{e}_y = a\vec{e}_z$ und an welchen Stellen auf dieser verschwindet es für alle Zeiten?

**(28) Wellenpakete** **6 P.**

Zum Zeitpunkt $t = 0$ seien die folgenden elektromagnetischen Felder im Vakuum gegeben:

$$\vec{E}(\vec{r}, 0) = E_0\, \mathrm{e}^{-\alpha x^2}\, \vec{e}_z \ , \qquad \vec{B}(\vec{r}, 0) = 0 \ .$$

Es ist deren Zeitentwicklung gesucht.

a) Berechnen Sie zunächst das räumlich Fourier-transformierte elektrische Feld bei $t = 0$:

$$\tilde{\vec{E}}(\vec{k}, 0) = \int d^3r\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vec{k}\cdot\vec{r}}\, \vec{E}(\vec{r}, 0) \ .$$

Wie lautet $\partial_t \vec{E}(\vec{r}, t)|_{t=0}$ und folglich $\partial_t \tilde{\vec{E}}(\vec{k}, t)|_{t=0}$?

b) Fourier-transformieren Sie die Maxwell-Gleichungen im Vakuum, leiten Sie eine DGL nur für $\tilde{\vec{E}}(\vec{k}, t)$ her, bestimmen Sie deren allgemeine Lösung, und passen Sie sie an die Anfangsdaten aus Teil (a) an.

c) Das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ gewinnen Sie nun durch Rücktransformation. Wie lautet das zugehörige magnetische Feld $\vec{B}(\vec{r}, t)$? Skizzieren Sie die beiden Felder zu einem Zeitpunkt $t > 0$.

(Ein nützliches Integral: $\int dx\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx - \alpha x^2} = \sqrt{\pi/\alpha}\, \mathrm{e}^{-k^2/4\alpha}$.)

**(29) Magnetostatik Revisited** **4 P.**

Es soll noch einmal die allgemeine Lösung

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \nabla \times \int d^3r'\, \frac{\vec{\jmath}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

der statischen Maxwell-Gleichungen $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ und $\nabla \times \vec{B} = 4\pi\vec{\jmath}/c$ hergeleitet werden. Fourier-transformieren Sie dazu letztere und bestimmen Sie aus den so gewonnenen algebraischen Gleichungen $\tilde{\vec{B}}(\vec{k})$ in Abhängigkeit von $\tilde{\vec{\jmath}}(\vec{k})$. Zeigen Sie dann, daß die Rücktransformation auf die Rotation eines Faltungsintegrals

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{4\pi}{c} \nabla \times \int d^3r'\, K(\vec{r} - \vec{r}\,')\, \vec{\jmath}(\vec{r}\,') \quad \text{mit} \quad K(\vec{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vec{k}\cdot\vec{r}}}{k^2}$$

führt und berechnen Sie den Kern $K(\vec{r})$. (Letzteres Integral vereinfacht sich, wenn Sie darauf den Operator $\partial_r r$ anwenden.)

**Anmerkung:** Lehramtskandidaten dürfen statt der Aufgaben (28) und (29) die folgenden beiden Aufgaben bearbeiten:

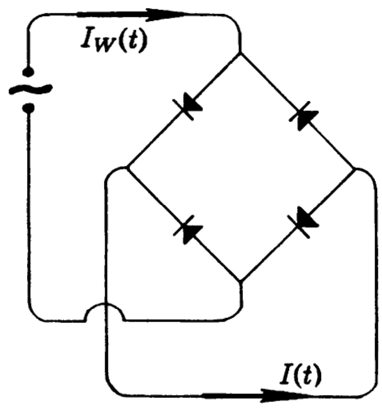
### (LA5) Interferenzen — 6 P.

a) Wir betrachten den Doppelspaltversuch. Leiten Sie einen Ausdruck für den Abstand $y_m$ zwischen der mittleren Achse und dem $m$-ten Minimum der Bestrahlungsstärke her, wobei der jeweils erste dunkle Streifen auf beiden Seiten des zentralen Maximums zu $m = \pm 1$ gehören soll. Welche Näherungen sind notwendig? Begründen Sie diese.

b) Ein Elektronenstrahl trifft auf zwei extrem schmale, $10^{-2}$mm voneinander entfernte Spalte. Wie groß ist der Abstand zweier benachbarter Minima auf einem 20m hinter dem Spalt aufgestellten Schirm?

### (LA6) Graetz-Schaltung — 4 P.

Ein Wechselstrom $I_W(t) = I_0 \sin(\omega t)$ wird durch nebenstehende Schaltung gleichgerichtet. Wie lautet $I(t)$? Skizzieren Sie dessen Verlauf. Mit welcher Stärke ist in $I(t)$ ein harmonischer Wechselstrom der Kreisfrequenz $6\omega$ enthalten?




Frohe Weihnachten und ein erfolgreiches neues Jahr!