Übungen zur Elektrodynamik WS 06/07

H 7

Abgabetermin: 7.12.06

(19) Breathing Mode — 2 P.

Eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung habe die zeitlich veränderliche Form

$$\varrho(\vec{r},t) = \alpha(t)\,\frac{\beta}{r^2}\,\mathrm{e}^{-\alpha(t)r} \ .$$

Welche Stromdichte fordert Ladungserhaltung?

(20) Magnetfeld einer n-eckigen Leiterschleife — 5 P.

Gegeben sei eine vom Strom I gegen den Uhrzeigersinn durchflossene Leiterschleife in der xy-Ebene in Form eines regelmäßigen n-Ecks (n sei gerade), dessen Kanten den Abstand R vom Ursprung haben. Bestimmen Sie das Magnetfeld auf der z-Achse. Bilden Sie zur Kontrolle den Grenzwert $n \to \infty$, welcher auf das Magnetfeld eines Kreisrings führen muß. (Berechnen Sie zunächst den Beitrag eines geeignet gewählten Leiterabschnitts, und verwenden Sie dann Symmetrieargumente beim Aufsummieren der Beiträge aller Abschnitte.)

(21) Rotierende Kugelschale — 6 P.

Eine gleichförmig geladene Kugelschale verschwindender Dicke drehe sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um eine durch den Mittelpunkt der Kugelschale gehende Achse.

a) Bestimmen Sie die Stromdichte und daraus das Vektorpotential in Coulomb-Eichung. Verwenden Sie für letzteres die aus Aufgabe (11) bekannte Entwicklung der Greenschen Funktion $|\vec{r}-\vec{r}\,'|^{-1}$ nach Kugelflächenfunktionen. (Die Winkelintegration können Sie leicht ausführen, indem Sie auch die kartesischen Komponenten $e_r^i(\vartheta,\varphi)$ des Einheitsvektors $\vec{e}_r = \sum_i e_r^i\,\vec{e}_i$ nach Kugelflächenfunktionen entwickeln. Die konkreten Entwicklungskoeffizienten werden Sie nicht brauchen.)

b) Bestimmen Sie das zu dem Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}) = f(r)\,\vec{\omega}\times\vec{r}$ gehörende Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$. Dies können Sie benutzen, um das Magnetfeld innerhalb und außerhalb der Kugelschale zu berechnen. Wie lautet das magnetische Dipolmoment?