Übungen zur Elektrodynamik WS 06/07 $\boxed{\text{H 2}}$

Abgabetermin: 2.11.06

(4) Elektrischer Dipol **3 P.**

Welche Beziehung muß zwischen den Konstanten β und γ bestehen, damit das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r^\beta}\left(\gamma z \vec{r} - r^2 \vec{e}_z\right)$$

außerhalb $\vec{r} = 0$ wirbelfrei ist? Für welche Werte ist $\vec{E}$ zudem quellenfrei?

(5) Modifiziertes Yukawa-Potential **3 P.**

Gegeben sei das elektrostatische Potential

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{q}{r}\left(1 + \beta r\right) \mathrm{e}^{-\alpha r} \ .$$

Bestimmen Sie die Ladungsdichte. (Vorsicht bei $\vec{r} = 0$!) Wie groß ist die Ladung außerhalb $\vec{r} = 0$?
(Für $\beta = 0$ ist Φ das Yukawa-Potential; für $\alpha = 2\beta$ beschreibt es ein Wasserstoff-Atom im Grundzustand.)

(6) Sphärische Symmetrie **3 P.**

Vereinfachen Sie für kugelsymmetrische Ladungsdichten $\varrho(\vec{r}) = \varrho(r)$ die Formel für das elektrostatische Potential

$$\Phi(\vec{r}) = \int d^3r' \, \frac{\varrho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

durch Ausführen der Winkelintegrationen. (Es bleibt die Summe zweier Integrale übrig.) Bestimmen Sie dann das zugehörige elektrische Feld. (Das Resultat ist Gl. (2.40) im Skript.)

(7) Ein Kurvenintegral **4 P.**

Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r}) = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$ mit konstanten Vektoren $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\oint_{\mathcal{C}} d\vec{r} \cdot \vec{A}$ über einen Kreis mit Radius R und Mittelpunkt $\vec{r} = 0$, der in der Ebene $z = x \tan\alpha$ liegt,

a) direkt durch eine geeignete Parametrisierung der Kurve $\mathcal{C}$, und
b) mit Hilfe des Satzes von Stokes.