Institut für Festkörpertheorie und -optik
Friedrich-Schiller Universität Jena

Elektrodynamik WS 2007/2008
Serie 09

Feldenergie und Dielektrika

Aufgabe 1): Steighöhe [4 Punkte] Ein Plattenkondensator der Höhe h, Breite b und Plattenabstand d sei bis zu einer Höhe y ($0 \leq y \leq h$) mit einem linearen Dielektrikum der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r gefüllt.

(a) An die Platten werde die Spannung U angelegt. Berechne die Kraft auf das Dielektrikum.

(b) Berechne die Kraft auf das Dielektrikum, wenn der Kondensator nach Aufbringen einer Ladung von der Spannungsquelle getrennt wird.

Aufgabe 2): Dielektrische Kugel im Dielektrikum mit äußerem Feld [4 Punkte] Eine (homogene, isotrope,) dielektrische Kugel (ε_2, Radius R) sei von einem homogenen, isotropen Dielektrikum (ε_1) umgeben und befinde sich in einem ursprünglich homogenen Feld ($\boldsymbol{E}(|\boldsymbol{r}| \to \infty) = E_z \boldsymbol{e}_z$).

(a) Gesucht ist das resultierende Potential innerhalb und außerhalb der Kugel.

(b) Gesucht ist das resultierende Feld innerhalb und außerhalb der Kugel.

(c) Bestimmen Sie die Polarisation der Kugel.

(d) Wie lautet das Dipolmoment der Kugel.

Hinweis 1: Zur Rechnung in kartesischen Koordinaten mache man sich irgendwie klar, dass sich das äußere Potential zusammensetzt aus dem des homogenen Felds $E_z \boldsymbol{e}_z \to -E_z z$ und dem Potential eines Dipols (nämlich des über die Kugel Aufsummierten) $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{r}/r^3$ mit $\boldsymbol{p} || \boldsymbol{e}_z$.

Hinweis 2: Zur Rechnung in Kugelkoordinaten lege man das Koordinatensystem mit den Polen entlang der z-Achse. Prinzipiell lässt sich die allgemeine Lösung der Laplacegleichung $\Delta\Phi(\rho, \theta, \varphi) = 0$ als Superposition von Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ schreiben:

$$\Phi(\rho, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \left(A_{lm} \rho^l + B_{lm} \rho^{-(l+1)} \right) Y_{lm}(\theta, \varphi). \tag{1}$$

Aufgrund der azimutalen Symmetrie des Problems (Lösung unabhängig von φ) entfallen aber alle Terme mit $m \neq 0$. Der Ansatz vereinfacht sich somit zu:

$$\Phi(\rho, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l \rho^l + B_l \rho^{-(l+1)} \right) P_l(\theta) \tag{2}$$

mit den Legendrepolynomen $P_l(\theta)$. Für die weitere Bearbeitung der Aufgabe ist die genaue Form der $P_l(\theta)$ unerheblich, es genügt zu wissen, dass sie orthogonal sind und $P_1(\theta) = \cos(\theta)$.

Aufgabe 3): Weihnachten [1 Punkt]

- Wünschen Sie Ihrem Seminarleiter ein frohes Weihnachtsfest.
- Zusatzaufgabe: den guten Rutsch nicht vergessen.

Abgabetermin: Mittwoch, 09. 01. 2008, vor der Vorlesung

Frohes Fest und einen guten Rutsch!