01.07.2009

Institut für Angewandte Physik
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Übungen zur Elektrodynamik, SoSe 2009
Übungsserie 12

1.) Sie haben in der Vorlesung gelernt, dass sich die Maxwellgleichungen durch das Einführen von Potentialen $(\mathbf{A}, \phi)$ unter Ausnutzung der Eichfreiheit überführen lassen in zwei entkoppelte Wellengleichungen [1] — 3 Pkt.

$$\Box\,\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = -\mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r},t), \qquad \Box\,\phi(\mathbf{r},t) = -\frac{\rho(\mathbf{r},t)}{\varepsilon_0}$$

plus die zugehörige Eichbedingung

$$\operatorname{div}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = 0 \qquad \text{(Lorenzeichung)}\ .$$

Zeigen Sie nun, dass die obige Eichbedingung

(a) tatsächlich mit den Wellengleichungen verträglich ist, wenn man die Gültigkeit der Ladungserhaltung fordert.

(b) immer erreicht werden kann. Gehen Sie dazu davon aus, Sie hätten die Potentiale $(\mathbf{A}, \phi)$, die die Lorenzeichung nicht erfüllen, d.h.

$$\operatorname{div}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = a(\mathbf{r},t) \neq 0$$

und geben Sie die Bedingung an die Eichfunktion $f(\mathbf{r},t)$ an, mit der Lorenzeichung für $(\mathbf{A}', \phi')$ erreicht wird!

2.) Gegeben sei ein unendlich langer, gerader Leiter mit kreisförmigem Querschnitt (Radius R, Leitfähigkeit σ, $\mu = \mu_0$), der von einem Strom konstanter Stromdichte $\mathbf{j} = j\mathbf{e}_z$ durchflossen wird. Berechnen und diskutieren Sie die physikalische Aussage des Poytingvektors $\mathbf{S}(\mathbf{r})$ im Zusammenhang mit der Energiebilanz für dieses Problem! — 4 Pkt.

3.) *(zur Wiederholung für die Klausur)* — 3 Pkt.
Leiten Sie folgende Aussagen aus den Maxwellgleichungen her:

(a) die Kontinuitätsgleichung

(b) die Energiebilanz im Vakuumfall (Poynting-Satz)

(c) die Existenz elektromagnetischer Potentiale und ihre Eichtransformation

(d) die inhomogenen Wellengleichungen für diese Potentiale

Σ: 10 Pkt.

Abgabetermin: Mittwoch, 08.07.2009, vor der Vorlesung.
Viel Erfolg beim Lernen für die Klausur!

[1] Der Operator $\Box$ (d'Alambert-Operator) lautet $\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]$.