

INSTITUT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK
FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA

Übungen zur Elektrodynamik, SS 2009 Übungsserie 2

- 1.) (a) Beweisen Sie die folgende Beziehung!

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{1}{\left| \frac{df}{dx}(\lambda_i) \right|} \delta(x - \lambda_i) \quad \text{mit } f(\lambda_i) = 0.$$

Unter welcher Voraussetzung gilt diese? Geben Sie ein Beispiel an, für das die Gültigkeit verletzt wird!

Hinweis: Verwenden Sie $\delta(ax) = \delta(x)/|a|$ und überlegen Sie, wie Sie $f(x)$ für $x \rightarrow \lambda_i$ geeignet ausdrücken können!

- (b) Berechnen Sie folgende Ausdrücke!

$$(I) \int_{-\infty}^{\infty} \arctan x \delta'(x - 1) dx, \quad (II) \int_1^{\infty} \frac{\delta(\cos x)}{x^2} dx.$$

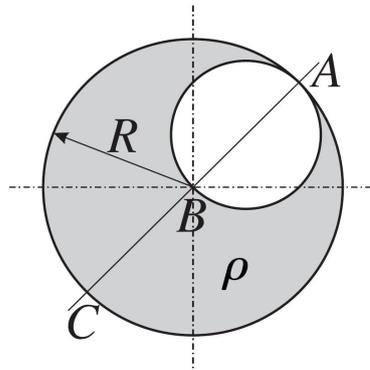
- (c) Die HEAVISIDE-Stufenfunktion $\Theta(x - x_0)$ ist definiert durch

$$\Theta(x - x_0) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_0 \\ 1 & \text{für } x > x_0. \end{cases}$$

Beweisen Sie die folgende Beziehung!

$$\delta(x - x_0) = \frac{d}{dx} \Theta(x - x_0).$$

- 2.) Gegeben sei eine homogen mit der Ladungsdichte ρ geladene Kugel mit dem Radius R . Aus dieser werde eine kleine Kugel vom Radius $R/2$ so ausgeschnitten, dass sich beide Kugeloberflächen am Punkt A berühren und die Ladungsdichte im Inneren der kleinen Kugel verschwindet. Der Durchstoßpunkt der Gerade durch A und den Mittelpunkt B der großen Kugel durch die Oberfläche der großen Kugel sei der Punkt C (siehe Skizze des Schnittes). Berechnen Sie Betrag und Richtung der elektrischen Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ in den Punkten A , B und C !



Hinweis: Zerlegen Sie die Ladungsdichteverteilung und nutzen Sie das Superpositionsprinzip für lineare Operatoren, d.h.

$$\operatorname{div}(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = \operatorname{div} \mathbf{E}_1 - \operatorname{div} \mathbf{E}_2 .$$

Abgabetermin: Donnerstag, 29.04.2009, vor der Vorlesung