Gewöhnliche Differentialgleichungen

Aufgabe 1:

Gegeben ist ein Pendel mit einer Punktmasse *m* welche im Abstand *l* vom Drehpunkt angebracht ist. Die Bewegung des Pendels (Veränderung der Auslenkung *x* mit der Zeit *t*) wird durch lineare Reibung mit der Dämpfungskonstante α gedämpft. Gleichzeitig wirkt eine erregende Kraft *F*(*t*) auf das Pendel.

a) Bewegungsgleichung

Stellen Sie die Bewegungsgleichung im linearen Limit für die Systemvariable Auslenkung x als gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung auf.

b) Reduzieren der Ordnung

Überführen Sie die DGL zweiter Ordnung durch die Einführung einer komplexen Systemvariable *a*(*t*), mit real(*a*)=b_1x und imag(*a*)=$b_2\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, in eine DGL erster Ordnung für die komplexe Zustandsvariable *a*(*t*) (bei geeigneter Wahl der Konstanten b_1 und b_2 zur Eliminierung von *x* aus der DGL ➔ $\dot{a} = i\beta a - \widehat{\alpha} a + f(t)$.

c) Runge-Kutta Verfahren

Nutzen Sie die in Matlab vorhandene Implementierung des Runge-Kutta Verfahrens ode45 für die allgemeine Lösung der DGL aus der vorangegangenen Aufgabe.

d) Stabilität

Stellen Sie die Lösung graphisch dar die sich für eine anfängliche Auslenkung *a*(0)=1 ergibt und untersuchen Sie die Stabilitätseigenschaften des Lösers **ode45** in Abhängigkeit von der in den Löseroptionen (**odeset**) definierbaren Genauigkeit. Stellen Sie den zeitlichen Verlauf der Energie dar.

e) Graphische Darstellung

Stellen Sie die Lösung für die Erregung *F*(*t*)=sin(ω*t*) dar. Zeigen Sie das Resonanzverhalten und die Phasenverschiebung der Pendelauslenkung x gegenüber der Erregung $F(t)$ unterhalb und oberhalb der Resonanzfrequenz

Aufgabe 2:

Neben dem vorhandenen Pendel werden weitere N-1 Pendel in einer linearen Kette angeordnet, wobei die jeweils benachbarten Pendel durch eine Feder der Federkonstante k verbunden sind. Dadurch entsteht eine Kette von N identischen gekoppelten Pendeln. Es wirkt jeweils ein erregende Kraft $F_n(t)$ auf das Pendel an der Position n (n=1…N).

a) Gekoppeltes Differentialgleichungssystem

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen im linearen Limit für die Systemvariablen $a_n(t)$ als System gekoppelter komplexer gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung auf und Nutzen Sie die Matlab-Funktion ode45 für die allgemeine Lösung.

b) Graphische Darstellung

Lösen Sie das Differentialgleichungssystem für die Erregung $F_1(t)=\sin(\omega t)\exp[-(T-3T_0)^2/T_0]$ und stellen Sie die Lösung in einem Film in avi-Format dar.

c) Responsefunktion

Ermitteln Sie die Responsfunktion $a_N(t)$ für eine deltaförmige Erregung $F(t)=\delta(t)$ und stellen Sie sowohl $a_N(t)$ als auch deren Fouriertransformierte FFT[$a_N(t)$] dar. Was kann man aus daraus ablesen?

d) Lösung im Frequenzraum

Lösen Sie das DGL-System im Frequenzraum für die Erregung $F_1(t)=\sin(\omega t)\exp[-(T-3T_0)^2/T_0]$ aus b) mittels der Fouriertransformierten der Responsefunktion FFT[$a_N(t)$] aus c) und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus b).

$$a(t)=\mathrm{FFT}^{-1}[\mathrm{FFT}[\sin(\omega t)\exp[-(T-3T_0)^2/T_0]]\ \mathrm{FFT}[a_N(t)]]$$

Befehle zum Erstellen von avi-Filmen

avifile – Anlegen eines avi-Files

AVIOBJ = avifile(FILENAME,'PropertyName',VALUE,
'PropertyName',VALUE,...)

Beispiel: mov = avifile('FDTD_movie.avi', 'compressi-
on','cinepak', 'fps',10, 'quality',100);

getframe – Extraktion eines Grafikfensters

FRAME=getframe(HANDLE_TO_FIGURE);
gcf - Get handle to current figure

Beispiel: F=getframe(gcf);

addframe – Füge einen Frame zum Film hinzu

AVIOBJ = addframe(AVIOBJ,FRAME)

Beispiel: mov = addframe(mov,F);

close – abspeichern und schließen eines avi-Files

AVIOBJ = close(AVIOBJ)

Beispiel: mov = close(mov);