Einführung in die Astronomie
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 10 - Lösungen

Stilianos Louca

25. Januar 2010

Aufgabe 10.1

Die Temperatur der Photosphäre beträgt ca. $T_p \approx 6 \times 10^3$ K. Unter Annahme einer vollständigen Bedeckung der Sonne durch einen Sonnenfleck der Temperatur. $T_f \approx 4 \times 10^3$ K würde die Leuchtkraft $L_\odot$ der Sonne nach Boltzmann nur noch einen Faktor

$$\frac{L_\odot^{\text{fleck}}}{L_\odot^{\text{phot}}} =\approx \left[\frac{T_f}{T_p}\right]^4$$

der jetzigen Leistung betragen, was einem Magnitudenunterschied von

$$m_\odot^{\text{fleck}} - m_\odot^{\text{phot}} = -\frac{5}{2}\log_{10}\frac{L_\odot^{\text{fleck}}}{L_\odot^{\text{phot}}} = -10\log_{10}\frac{T_f}{T_p} \approx 1.7 \text{ mag}$$

entsprechen würde. Bekanntlich betragen die jetzigen scheinbaren Helligkeiten der Sonne bzw. des Vollmondes jeweils $m_\odot^{\text{phot}} \approx -26.8$ mag und $m_☾ \approx -13$ mag. Eine *voll-befleckte* Sonne würde trotzdem bei weitem heller als der Mond (bei jetzigem Sonnenzustand) leuchten.

Aufgabe 10.2

Sind $T_\odot = 2\pi/\omega_\odot \approx 25$ d und $T_\oplus = 2\pi/\omega_\oplus \approx 365$ d jeweils die (siderischen) Umlaufperioden der Sonne und Erde um die Sonnenachse, so entspricht dies einer synodischen Sonnen-Rotationsperiode von

$$T_\odot^{\text{synod}} = \frac{2\pi}{\omega_\odot - \omega_\oplus} = \frac{T_\oplus T_\odot}{T_\oplus - T_\odot} \approx 26.8 \text{ d}$$

Ist $T_☿ \approx 88$ d die siderische Umlaufzeit von Merkur, so besitzt die Sonne von Merkur aus gesehen die Umlaufzeit

$$T_\odot^{\text{merk}} = \frac{T_☿ T_\odot}{T_\odot - T_☿} \approx 34.9 \text{ d}$$

Zusatz

Ein (bzgl. des Sonnenäquators) heliostationärer Orbit müsse eine Umlaufperiode von $T \approx 25$ d besitzen. Nach Kepler beträgt dann seine große Halbachse

$$a \approx a_\oplus \cdot \left[\frac{T}{T_\oplus}\right]^{\frac{2}{3}} \approx 0.167 \text{ AU}$$

wobei $a_\oplus \approx 1$ AU und $T_\oplus \approx 365$ d die große Halbachse und Periode der Erdbahn seien.

Aufgabe 10.3

Seien $R_\oplus \approx 6.4 \times 10^3$ km und $d_a \approx 17$ km jeweils der Erdradius und die *effektive* Atmosphärenhöhe[1]. Die von der aufgehenden Sonne beobachteten Strahlen legen für einen sich am Meer befindenden Beobachter B_0 den Abstand

$$l_0 = \sqrt{d_a^2 + 2d_a R_\oplus}$$

und für einen sich auf Höhe $h = 4$ km befindenden Beobachter B_h den Abstand

$$l_h = l_0 + \delta l = l_0 + \sqrt{h^2 + 2hR_\oplus}$$

zurück (vgl. Abb. (0.1)).

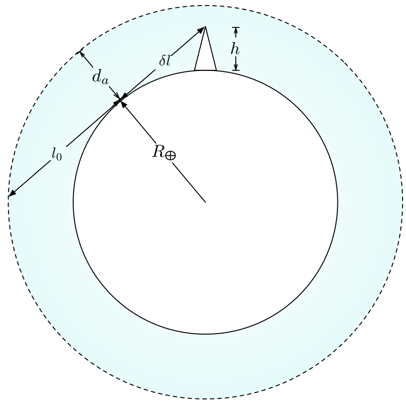

Abbildung 0.1: Zur Aufgabe 10.3: Optische Tiefe der Erdatmosphäre bei verschiedenen Blickwinkeln.

Entspricht der Abstand d_a einer optischen Tiefe $\tau = 0.1$, so ergibt sich dass Sonnenstrahlungsflussverhältnis an den beiden Beobachtungsorten

$$\frac{F_h}{F_0} = \exp\left[-\frac{\tau}{d_a} \cdot (l_h - l_0)\right] = \exp\left[-\frac{\tau}{d_a} \cdot \delta l\right]$$

bzw. einem Magnitudenunterschied

$$m_h - m_0 = -\frac{5}{2}\log_{10}\frac{F_h}{F_0} = \frac{5\tau}{2d_a \ln 10} \cdot \sqrt{h^2 + 2hR_\oplus} \approx 1.4 \text{ mag}$$

Insbesondere erscheint die aufgehende Sonne am Meer heller als auf dem Berg.

Aufgabe 10.4

Die dominierende Fusionsreaktion auf der Sonne kann wie folgt zusammengefasst werden

$$\begin{aligned} 4 \cdot {}^1\mathrm{H}^+ &\longrightarrow {}^4\mathrm{He}^{2+} + 2\mathrm{e}^+ + 2\nu_\mathrm{e} + 2\gamma \\ 2\mathrm{e}^+ + 2\mathrm{e}^- &\longrightarrow 4\gamma \end{aligned}$$

(Proton-Proton Reaktion & Positron-Elektron Annihilation). Ist $m_p \approx 1.67 \times 10^{-27}$ kg die Masse eines Protons und $m_\alpha = 4m_p \cdot (1-\alpha)$ die Masse eines α-Teilchens ($\alpha \approx 0.7\%$) so setzt sich bei der die α-Teilchen erzeugenden Reaktion eine Energie von

$$\Delta E_1 = (4m_p - m_\alpha)c^2 = 4m_p\alpha c^2 \approx 26.3 \text{ MeV}$$

frei. Diese ist zunächst über α-Teilchen (kinetisch), Positronen e^+ (Masse & kinetisch), Elektron-Neutrinos ν_e (Masse & kinetisch) und emittierten γ-Strahlen verteilt. Angesichts der Tatsache dass ca. $\beta \approx 2\%$ der Energie ΔE_1 durch die Neutrinos entfernt wird, jedoch durch die Elektron-Positron-Annihilation weiter Energie

[1] Die Troposphäre erstreckt sich am Äquator bis zu 17 km und enthält mehr als 2/3 der Gesamt-Atmosphärenmasse.

freigesetzt wird ($\Delta E_2 = 2m_e c^2 \approx 1.02$ MeV) ergibt sich die von der Sonne, pro 4-Protonen abgestrahlte Energie gemäß

$$\Delta E = \Delta E_1 \cdot (1 - \beta) + \Delta E_2 \approx 26.8 \text{ MeV} \tag{0.1}$$

Nimmt man einen H-Anteil von ca. 71% der Sonnen-Gesamtmasse $m_\odot \approx 2 \times 10^{30}$ Kg an, so entspricht dies $N_H \approx 10^{57}$ H-Atomen, bzw. einer *noch Abstrahlbaren* Energie von

$$E = N_H \cdot \frac{\Delta E}{4} \approx 6.8 \times 10^{63} \text{ eV}$$

Bei einer Leuchtkraft von $L_\odot \approx 4 \times 10^{26}$ J entspricht dies einer Leuchtdauer von ca.

$$T = \frac{E}{L_\odot} \approx 9 \times 10^{10} \text{ a}$$

Pro α-Teilchen werden 2 Neutrinos (+ kinetische Energie) erzeugt, die restliche Energie ΔE verlässt im Prinzip die Sonne in Form von Photonen. Bei einer Photosphärentemperatur von $T_p \approx 6 \times 10^3$ K und einer dementsprechend mittleren Photonenenergie von $E_p = 2.7kT \approx 1.39$ eV entsprich dies ca. 1.9×10^7 Photonen, bzw. einem Photonen/Neutrino-Verhältniss

$$\frac{N_p}{N_{\nu_e}} \approx 9.6 \times 10^6$$

Aufgabe 10.5

Hauptursache der Randverdunklung ist der längere Weg den die, von inneren Schichten stammende, Strahlung durch die oberen Atmosphäreschichten (z.B. Photosphäre) zurücklegen muss. So wird, im Vergleich zum Scheibenzentrum, vom Scheibenrand aus prinzipiell Strahlung aus höheren und damit kühleren Schichten beobachtet. So reduziert sich nicht nur die Flussdichte insgesamt, sondern verschiebt sich auch das Emissionsspektrum hin zu größeren Wellenlängen. Die Randverdunklung ist also im Ultravioletten stärker als im Infraroten.