Einführung in die Astronomie
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 08 - Lösungen

Stilianos Louca

12. Januar 2010

Aufgabe 8.1

Für Radialgeschwindigkeiten $\mathrm{v}_r \ll c$ ergibt sich die Dopplerverschiebung $\lambda - \lambda_0$ von Spektrallinien der Wellenlänge λ_0 näherungsweise als

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \approx \frac{\mathrm{v}_r}{c}$$

Eine (relativ geringe) Differenz $\delta \mathrm{v}_r$ in der Radialgeschwindigkeit entspricht dabei in 1. Ordnung einer Wellenlängendifferenz $\delta\lambda = \delta(\lambda - \lambda_0)$ von

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{\delta \mathrm{v}_r}{c}$$

Sollen nun $\delta \mathrm{v}_r \geq 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ erkannt werden, so benötigt man ein spektrales Auflösungsvermögen von

$$\left.\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\right|_{\min} \approx \frac{1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{c} \approx 3.3 \times 10^{-9}$$

Aufgabe 8.2

Sind R, T jeweils Radius und Rotationsperiode des (um eine Achse senkrecht zur Beobachtungslinie) rotierenden Sterns, so wird jede Spektrallinie der Grundwellenlänge λ_0 näherungsweise maximal um den Betrag

$$|\Delta\lambda| = \lambda_0 \cdot \frac{|v_r|}{c}$$

verschoben, wobei $|v_r| = 2\pi R/T$ der Betrag der Radialgeschwindigkeit der sich zum bzw. vom Beobachter bewegenden Oberflächenpunkte des Sterns sei (vgl. Abb. (0.1)).

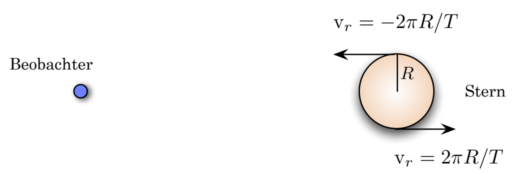

Abbildung 0.1: Zur Aufgabe 8.2: Mit Rotationsperiode T rotierender Stern vom Radius R.

Somit

$$\boxed{|\Delta\lambda| = \lambda_0 \cdot \frac{2\pi R}{cT}}$$

Aufgabe 03

Nimmt man eine exponentialverteilte Lebensdauer des Niveaus mit dem Parameter $\rho = 2.9 \times 10^{-15}\ \mathrm{s}^{-1}$ an, so ist bekanntlich die mittlere Lebensdauer gegeben durch $\tau_{\mathrm{av}} = 1/\rho$. Interpretiert man diese als *Zeitunschärfe* des Zustands, so entspricht dies einer Energieunschärfe von

$$\Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{2\tau_{\mathrm{av}}} = \frac{\hbar\rho}{2}$$

Ist E der Erwartungswert der Übergangsenergie bzw. λ die entsprechende Wellenlänge, so entspricht $\Delta E \ll E$ einer Wellenlängenverbreiterung

$$\Delta\lambda = \frac{hc\Delta E}{E(E+\Delta\lambda)} \approx hc \cdot \frac{\Delta E}{E^2} \gtrsim \frac{h^2 c}{4\pi} \cdot \frac{\rho}{E^2} = \frac{\rho\lambda^2}{4\pi c}$$

Speziell ergibt sich für $\lambda = 21$ cm die natürliche Linienbreite

$$\boxed{\Delta\lambda \approx 3.4 \times 10^{-26}\ \mathrm{m}}$$