Einführung in die Astronomie
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 05 - Lösungen

Stilianos Louca

7. Dezember 2009

Aufgabe 5.1

Die säkulare Aberration von in der Sonnenumgebung beobachteten Sternen wäre praktisch 0, da deren Relativgeschwindigkeit zum Sonnensystem verschwindet. Da die Sonne sich mit etwa 220 km $\cdot$ s^{-1} um das galaktische Zentrum bzw. mit 440 km $\cdot$ s^{-1} bzgl. gegenüberliegender Sterne bewegt, unterliegen letztere einer säkularen Aberration bis zu ca. $5'$.

Aufgabe 5.2

Nach Aufgabe 3.1 hängen ekliptikale Länge λ, ekliptikale Breite β, Rektaszension α und Deklination δ eines Gestirns gemäß

$$\begin{aligned}
\cos\alpha\cos\delta &= \cos\lambda\cos\beta \\
\sin\alpha\cos\delta &= \sin\lambda\cos\beta\cos\varepsilon - \sin\beta\sin\varepsilon \\
\sin\delta &= \sin\beta\cos\varepsilon + \sin\lambda\cos\beta\sin\varepsilon
\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
\cos\lambda\cos\beta &= \cos\alpha\cos\delta \\
\sin\lambda\cos\beta &= \sin\alpha\cos\delta\cos\varepsilon + \sin\delta\sin\varepsilon \\
\sin\beta &= \sin\delta\cos\varepsilon - \sin\alpha\cos\delta\sin\varepsilon
\end{aligned}$$

zusammen, wobei ε die Ekliptikschiefe sei. Ableiten der 3. Gleichung resultiert in

$$\cos\delta\cdot\dot\delta = \underbrace{\cos\lambda\cos\beta}_{\cos\alpha\cos\delta}\sin\varepsilon\cdot\dot\lambda$$

bzw.

$$\dot\delta = \cos\alpha\sin\varepsilon\cdot\dot\lambda = m\cos\alpha \tag{0.1}$$

Ableiten der 1. Gleichung resultiert analog in

$$\sin\alpha\cos\delta\cdot\dot\alpha + \cos\alpha\sin\delta\cdot\dot\delta = \underbrace{\sin\lambda\cos\beta}_{\substack{\sin\alpha\cos\delta\cos\varepsilon \\ +\sin\delta\sin\varepsilon}}\cdot\dot\lambda$$

bzw.

$$\dot\alpha = \underbrace{\cos\varepsilon\cdot\dot\lambda}_{n} + \frac{\tan\delta}{\sin\alpha}\underbrace{\sin\varepsilon\cdot\dot\lambda}_{m} - \frac{\tan\delta}{\tan\alpha}\cdot\dot\delta \overset{(0.1)}{=} n + \sin\alpha\tan\delta\cdot m$$

Aufgabe 5.3

Reine Präzessionseffekte

Nach Aufgabe 5.2 entwickeln sich Rektaszension α und Deklination δ des Pfeilsterns aufgrund der Erd-Präzession gemäß der Differentialgleichungen

$$\dot{\alpha} = n + m \sin\alpha \tan\delta$$

$$\dot{\delta} = m \cos\alpha$$

wobei

$$n = \cos\varepsilon \cdot \dot{\lambda} \quad , \quad m = \sin\varepsilon \cdot \dot{\lambda}$$

und $\dot{\lambda} \approx 0.83'/a$ die präzessionsbedingte Frühlingspunktgeschwindigkeit sei. In erster Näherung können α und δ zwischen 1950 und 2000 als konstant angenommen werden, so dass sich die präzessionsbedingte Koordinatenänderung des Pfeilsterns auf ca.

$$\Delta\alpha\big|_{\text{präz}} \approx \dot{\alpha}\big|_{1950} \cdot 50a \approx 36.8' \quad , \quad \Delta\delta\big|_{\text{präz}} \approx \dot{\delta}\big|_{1950} \cdot 50a \approx -21.6''$$

abschätzen lässt.

Eigenbewegung

Durch Zerlegung der Eigenbewegung v in Positionswinkel ρ in einen Rektaszensions- bzw. Deklinationsanteil

$$\dot{\alpha} = \sin\rho \cdot v \quad , \quad \dot{\delta} = \cos\rho \cdot v$$

(vgl. Abb. (0.1)) erhält man Näherungsweise die in 50 resultierende Koordinatenänderung

$$\Delta\alpha\big|_{\text{eigen}} \approx -35.96'' \quad , \quad \Delta\delta\big|_{\text{eigen}} \approx 8.57'$$

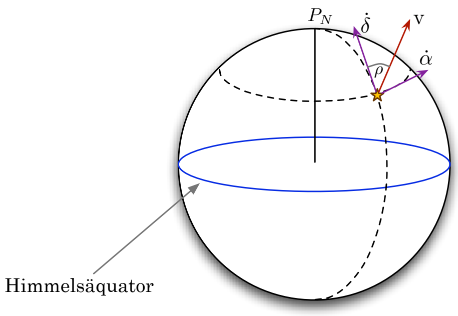

Abbildung 0.1: Zur Aufgabe 5.3: Zerlegung der Eigenbewegung v eines Gestirns mit einem Positionswinkel ρ in *Rektaszensionsgeschwindigkeit* $\dot{\alpha}$ und *Deklinationsgeschwindigkeit* $\dot{\delta}$.

Betragsmäßig bewirkt die Erdpräzession eine erheblich größere Positionsänderung im Äquatorsystem als die tatsächliche Eigenbewegung.

Wirkliche Koordinaten

Da beide Effekte innerhalb der 50 Jahre jeweils eine Koordinatenänderung von einigen Bogenminuten bewirken, ergibt sich die Gesamtkoordinatenänderung in linearer Näherung als die Summe der beiden Änderungen, sprich

$$\alpha_{2000} \approx \alpha_{1950} + \Delta\alpha\big|_{\text{präz}} + \Delta\alpha\big|_{\text{eigen}} \approx 17^{\text{h}}\ 57^{\text{m}}\ 25^{\text{s}}$$

$$\delta_{2000} \approx \delta_{1950} + \Delta\delta\big|_{\text{präz}} + \Delta\delta\big|_{\text{eigen}} \approx 4^\circ\ 41'\ 27''$$

Aufgabe 5.4

Die einzigen Punkte mit, trotz Präzession der Erd-Rotationsachse, stationären Äquatorialkoordinaten sind die beiden Ekliptikpole, sprich, die Schnittpunkte der Ekliptik-Mittelnormalen mit der Himmelskugel. Da diese die Präzessionsachse definieren, besitzen sie nicht nur konstante Deklination, sondern auch konstante Rektaszension[1] (vgl. Abb. (0.2)).

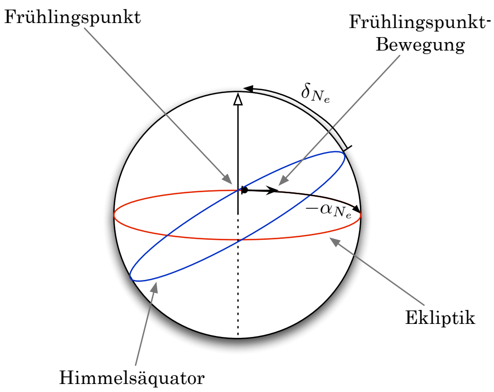

Abbildung 0.2: Zur Aufgabe 5.4: Stationarität der Äquatorialkoordinaten des *nördlichen* Ekliptikpols trotz Präzession der Erd-Rotationsachse.

Alternativ lassen sich die stationären Koordinaten (α_s, δ_s) aus Aufgabe 5.2 bestimmen: Die Bedingungen $\dot{\delta} \stackrel{!}{=} 0,\ \dot{\alpha} \stackrel{!}{=} 0$ führen nämlich direkt auf

$$\dot{\delta} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_s = \pm 90°$$

$$\dot{\alpha} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \tan\delta = \mp\cot\varepsilon \quad \Rightarrow \quad \delta = \mp\varepsilon^c$$

sprich

$$\boxed{(\alpha_s, \delta_s) = \pm\,(90°,\ \varepsilon - 90°)}$$

was genau den beiden Ekliptikpolen entspricht.

Aufgabe 5.5

Es bezeichne m_E die Erdmasse, m_M die Mondmasse, m_S die Sonnenmasse, r_{EM} den Erd-Mondabstand (jeweils Zentren) und r_{MS} der Mond-Sonnenabstand. Bekanntlich ist $m_S \approx 10^6/3 \cdot m_E$ und $r_{EM} \approx r_{MS}/400$. Daher ergeben sich die Gravitationskräfte F_{EM} bzw. F_{MS} zwischen Erde-Mond bzw. Mond-Sonne gemäß

$$F_{EM} = \frac{m_E m_M G}{r_{EM}^2}$$

$$F_{MS} = \frac{m_S m_M G}{r_{MS}^2} \approx \underbrace{\frac{m_E m_M G}{r_{EM}^2}}_{F_{EM}} \cdot \frac{10^6}{3 \cdot (400)^2} \approx 2.1 \cdot F_{EM}$$

sprich, die von der Sonne auf den Mond ausgeübte Kraft ist doppelt so groß wie die der Erde.

[1] Da sich der entsprechende Referenzpunkt (Frühlingspunkt) in gleicher Weise wie der, durch Erdnordpol & Ekliptikpolen laufende, Großkreis.