Einführung in die Astronomie
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 04 - Lösungen

Stilianos Louca

30. November 2009

Aufgabe 4.1

Seien h_t, h_h und h_0 jeweils die tiefste, höchste und Mittelpunkts-Höhe der Sonnenscheibe. Nach

$$h' - h =: \Delta h = \underbrace{29.34'}_{c} - \underbrace{\frac{0.1478'}{1'}}_{b} h + \underbrace{\frac{0.000346'}{(1')^2}}_{a} h^2 \tag{0.1}$$

ergibt sich die scheinbare Höhe h_t' des tiefsten Sonnenscheibenpunktes als

$$h_t' = h_t + \Delta h(h_t) \approx 0.765' \approx 45.9''$$

das heißt die Sonne ist tatsächlich noch vollständig sichtbar. Ist $D := h_h - h_t$ der *tatsächliche* Winkeldurchmesser der Sonnenscheibe, so ergibt sich durch

$$h_{h/t}' = c + (1-b)h_{h/t} + ah_{h/t}^2$$

ein scheinbarer *vertikaler Durchmesser* D_{ver}' von

$$D_{\text{ver}}' = h_h' - h_t' = (1-b)(h_h - h_t) + a \underbrace{(h_h^2 - h_t^2)}_{(h_h - h_t)(h_h + h_t)} = \big[(1-b) + 2ah_0\big] \cdot D$$

Mit $h_0 = h_t + D/2$ und einem scheinbaren Durchmesser $D \approx 7 \times 10^5 / 1.5 \times 10^8 \approx 32'$ ergibt sich

$$D_{\text{ver}}' \approx 0.84 \cdot D$$

Da der scheinbare *horizontale Sonnendurchmesser* D_{hor}' nicht von der Refraktion abhängt ($D_{\text{hor}}' \approx D$), erscheint die Sonne wie eine flachgedrückte Scheibe ($D_{\text{ver}} < D_{\text{hor}}$).
Befindet sich nun die Sonne auf Höhe $h = 90°$, so erhält man mit der Formel

$$h'(h) = h + 58.2'' \cdot \cot h \tag{0.2}$$

einen scheinbaren, vertikalen Sonnendurchmesser

$$D_{\text{ver}}' = h_h' - h_t' = \underbrace{(h_h - h_t)}_{D} + 58.2'' \cdot \underbrace{[\cot h_h - \cot h_t]}_{\frac{-\sin(h_h - h_t)}{\sin h_h \sin h_t}} \approx D - 58.2'' \cdot \frac{D}{\sin h_h \sin h_t} \approx D - 58.2'' \cdot \frac{D}{\sin^2 30°} \approx 0.9989 \cdot D$$

das heißt Sonne erscheint nahezu Kreisförmig.

Aufgabe 4.2

Beginnend mit der in der Vorlesung hergeleiteten Formel

$$n = \frac{\sin z}{\sin(z + \Delta z)}$$

(n Brechungsindex der Atmosphäre auf Erde) erhalten wir

$$\delta = \arcsin\left[\frac{\sin z}{n}\right] - z \tag{0.3}$$

Für eine wahre Zenitditdistanz von $z = 60°$ erhält man

$$\Delta z\big|_{(0.3)} \approx -103.5''$$

Dagegen ergibt die Formel aus 4.1

$$\Delta z\big|_{(0.2)} \approx -100.8''$$

was einem Unterschied von etwa 2.6% entspricht!

Aufgabe 4.3

Ohne Refraktion

Analog zu Aufgabe 2.5, ergibt sich die Stundenzahl τ_a des Rigels (Deklination $\delta \approx -8.003°$) zum Aufgangszeitpunkt am Breitengrad $\varphi \approx 50.92°$ gemäß

$$\tau_a = -\arccos\left[-\tan\delta \cdot \tan\varphi\right]$$

Am 21. Dezember beträgt die Sonnenrektaszension $\alpha_{\text{sun}} = 18^{\text{h}}$, befindet sich also um $\delta\alpha := \alpha_{\text{sun}} - \alpha_{\text{Rigel}}$ weiter östlich als Rigel. Zum Aufgangszeitpunkt beträgt die wahre Sonnenzeit also $\tau = \tau_a - \delta_\alpha$. Mit der Zeitgleichung $\eta := \tau - \tau_m \overset{21.12}{\approx} 2.22^{\text{m}}$[1] (wahre - mittlere Sonnenzeit) erhält man unter Beachtung der Zeitzone ($k = +1^{\text{h}}$) am Längengrad $\lambda \approx 0.77^{\text{h}}$ (östlich) die Aufgangs-Urzeit

$$t = 12^{\text{h}} + \tau - \lambda + k = 12^{\text{h}} - \arccos\left[-\tan\delta\tan\varphi\right] + (\alpha_{\text{Rigel}} - \alpha_{\text{sun}}) - \eta - \lambda + k \approx -17.90^{\text{h}} \cong 18:06$$

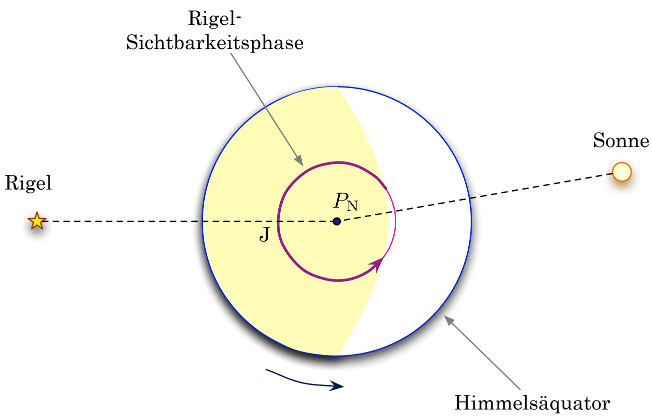

Abbildung 0.1: Zur Aufgabe 4.3: Zur Sichtbarkeitsphase des Rigels, dazu die relative Orientierung der Sonne.

Mit Refraktion

Unter Berücksichtigung der Refraktion ergibt sich für einen Beobachter an der Meeresoberfläche (unter Normalbedingungen) eine Höhenabweichung $\delta h = h_{\text{real}} - h_{\text{schein}}$ des aufgehenden Rigels um $\delta h \approx -34'$ [2]. Durch

$$\sin \underbrace{h_{\text{a,real}}}_{\delta h} = \cos\delta\cos\varphi\cos\tau_{\text{a,real}} + \sin\delta\sin\varphi$$

erhält man eine Aufgangszeit (Stundenzahl) von

$$\tau_{\mathrm{a,real}} = -\arccos\left[\frac{\sin\delta h - \sin\delta\sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi}\right]$$

was analog zu vorhin einer Zonenzeit von

$$t_{\mathrm{real}} = 12^{\mathrm{h}} + \tau_{\mathrm{a,real}} + (\alpha_{\mathrm{Rigel}} - \alpha_{\mathrm{sun}}) - \eta - \lambda + k \approx -17.96^{\mathrm{h}} \cong 18:02$$

Aufgabe 4.4

Eine Entfernung von $d \approx 2.3$ pc entspricht Parallaxen von etwa $p \approx 1$ AU$/d \approx 0.00043''$. Da diese unter der Auflösungsgrenze des Hipparcos liegen, kann der Satellit praktisch keine Parallaxen nachweisen bzw. die Entfernung von η Carinae nicht messen.

Literatur

[1] *Sun Data*,
http://freepages.pavilion.net/users/aghelyar/sundat.htm (16.11.2009)

[2] *Astronomical Refraction*, M.E. Thomas, R.I. Joseph
http://www.jhuapl.edu/techdigest/td1703/thomas.pdf (18.11.2009)