

Übungen zur Analysis III WS 08/09

9. Serie

- 1.* [6 P.] Lösen Sie das Dirichlet-Problem für das Rechteck $[0, a] \times [0, b]$ mit der Randbedingung

$$\begin{aligned}u(x, b) &= f(x) & (f(0) = f(a) = 0) , \\u(x, 0) &= u(0, y) = u(a, y) = 0 .\end{aligned}$$

2. Lösen Sie das Dirichlet-Problem für das Rechteck $[0, a] \times [0, b]$ mit der Randbedingung

a) $u(x, b) = cx/a$, $u(a, y) = cy/b$.
 $u(x, 0) = u(0, y) = 0$

- b) in den vier Eckpunkten sind vier Funktionswerte festgelegt und auf den Kanten ist linear interpoliert.

3. Wie lassen sich die Ergebnisse der Aufgaben 1. und 2. für die Lösungen des Dirichlet-Problems mit allgemeiner Randfunktion verwenden?
4. Lösen Sie die folgende Rand-Anfangswert-Aufgabe für den endlichen linearen Wärmeleiter der Länge l

$$\begin{aligned}u_t(x, t) &= a^2 u_{xx}(x, t) \\u(0, t) &= u_0, \quad u(l, t) = u_l \\u(x, 0) &= \varphi(x), \quad \varphi(0) = u_0, \quad \varphi(l) = u_l .\end{aligned}$$

Hinweis: Spalten Sie eine stationäre Lösung ab.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **15.12.** - **19.12.** in den Übungen abzugeben.