

# Übungen zur Analysis III      WS 08/09

## 8. Serie

1. Es sei  $a$  eine reelle aber nicht ganze Zahl.

(a) Entwickeln Sie die Funktion  $f$ , auf  $[-\pi, \pi]$  definiert durch  $f(x) = \cos ax$  und  $2\pi$ -periodisch auf  $\mathbb{R}$  fortgesetzt, in eine Fourier-Reihe.

(b) Zeigen Sie

$$\frac{\pi}{a} \cot \pi a = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2 - k^2}.$$

(c) Zeigen Sie

$$\frac{\sin \pi x}{\pi x} = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{k^2}\right) \quad (\text{Produktformel von Wallis}).$$

Hinweis: Zeigen Sie die Produktformel zunächst für  $x \in (0, 1)$ , indem Sie in b) die Zahl  $a$  als Variable auffassen und auf beiden Seiten das Riemann-Integral von 0 bis  $x$  bilden.

2.\* [5 P.] Stellen Sie die Lösung des Dirichlet-Problems für die Kreisscheibe  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}$  mit der Randbedingung

$$u(R \cos \varphi, R \sin \varphi) = f(\varphi)$$

durch einen Separationsansatz als unendliche Reihe dar.

Zu den mit \* gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **08. 12. - 12. 12.** in den Übungen abzugeben.