

**Übungen zur Analysis III    WS 08/09**  
**3. Serie**

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt einer Kugelkappe mit Radius  $R$  und Höhe  $h$  ( $0 \leq h \leq R$ ).
- \*2. **[3 P.]** Berechnen Sie den Flächeninhalt des Teils der Zylinderfläche  $x^2 + y^2 = Rx$ , der von der Kugel  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  umschlossen wird (Mantelfläche des Vivianischen Körpers).

3. Berechnen Sie  $\int_S z \, do$  für die Fläche

$$S = \{(x, y, z) = (u \cos v, u \sin v, v) : 0 \leq u \leq a \wedge 0 \leq v \leq 2\pi\} .$$

4. Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Kegelmantels

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2 \wedge 0 \leq z \leq R\}$$

bzgl. einer Drehung um die  $z$ -Achse

- a) durch Projektion auf die  $x$ - $y$ -Ebene
  - b) mit Zylinderkoordinaten
  - c) mit Kugelkoordinaten
- \*5. **[3 P.]** Beweisen Sie die 1. Guldinsche Regel:  
Die Mantelfläche eines Drehkörpers ist gleich dem Produkt aus der Bogenlänge der erzeugenden Kurve und der Länge des Weges, den der Schwerpunkt dieser Kurve bei der Rotation zurücklegt.
  - \*6. **[4 P.]** Berechnen Sie die Mantelfläche eines Kegels mit Radius 4 und Höhe 3
    - a) durch Projektion
    - b) mit einer geeigneten Parameterdarstellung
    - c) mit der 1. Guldinschen Regel.
  7. Leiten Sie aus der Formel zur Berechnung von Oberflächenintegralen mit einer Parameterdarstellung das Transformationsgesetz für Doppelintegrale ab.

Zu den mit \* gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **03.11.** - **07. 11.** in den Übungen abzugeben.