

Übungen zur Analysis III WS 08/09
3. Serie

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt einer Kugelkappe mit Radius R und Höhe h ($0 \leq h \leq R$).
- *2. **[3 P.]** Berechnen Sie den Flächeninhalt des Teils der Zylinderfläche $x^2 + y^2 = Rx$, der von der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ umschlossen wird (Mantelfläche des Vivianischen Körpers).

3. Berechnen Sie $\int_S z \, do$ für die Fläche

$$S = \{(x, y, z) = (u \cos v, u \sin v, v) : 0 \leq u \leq a \wedge 0 \leq v \leq 2\pi\} .$$

4. Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Kegelmantels

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2 \wedge 0 \leq z \leq R\}$$

bzgl. einer Drehung um die z -Achse

- a) durch Projektion auf die x - y -Ebene
 - b) mit Zylinderkoordinaten
 - c) mit Kugelkoordinaten
- *5. **[3 P.]** Beweisen Sie die 1. Guldinsche Regel:
Die Mantelfläche eines Drehkörpers ist gleich dem Produkt aus der Bogenlänge der erzeugenden Kurve und der Länge des Weges, den der Schwerpunkt dieser Kurve bei der Rotation zurücklegt.
 - *6. **[4 P.]** Berechnen Sie die Mantelfläche eines Kegels mit Radius 4 und Höhe 3
 - a) durch Projektion
 - b) mit einer geeigneten Parameterdarstellung
 - c) mit der 1. Guldinschen Regel.
 7. Leiten Sie aus der Formel zur Berechnung von Oberflächenintegralen mit einer Parameterdarstellung das Transformationsgesetz für Doppelintegrale ab.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **03.11.** - **07. 11.** in den Übungen abzugeben.