Übungen zur Vorlesung Analysis III (WS 07/08)

4. Übungsserie

1. Sei $\vec{r}(u,v)$ eine differenzierbare Parameterdarstellung einer Fläche. Drücken Sie $||\frac{\partial\vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial\vec{r}}{\partial v}||$ durch $E = \vec{r}_u \cdot \vec{r}_u$, $G = \vec{r}_v \cdot \vec{r}_v$ und $F = \vec{r}_u \cdot \vec{r}_v$ aus!

2. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche $(x+y)^2 + z = 1$, $x, y, z \geq 0$!

3. Bestimmen Sie den Flächeninhalt desjenigen Teils des Zylindermantels $x^2 + y^2 = Rx$, der von der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ eingeschlossen wird. (vergl. 2. Übungsserie Aufgabe 6.*)

4. Beweisen Sie die 1. Guldinsche Regel: Die Mantelfläche eines Drehkörpers ist das Produkt aus der Bogenlänge der erzeugenden Kurve und der Länge des Weges, den der Schwerpunkt dieser Kurve bei der Rotation zurücklegt.

5.* Berechnen Sie

$$\iint\limits_{\substack{x^2+y^2+z^2=R^2 \\ z\geq 0}} (x+y+z)\,do\,!$$

6.* Es sei $\vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$\iint\limits_{x^2+y^2+z^2=R^2} \vec{F}\vec{do}$ über die äußere Seite der Kugel!

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 12.11. bis 16.11.2007 abzugeben.