

## Übungen zur Vorlesung Analysis III (WS 07/08)

### 2. Übungsserie

- Beschreiben Sie das Gebiet, das durch  $x^2 + y^2 \leq x$  gegeben ist, in Polarkoordinaten (vergl. 1.(b) 1. Serie).
- Ein starrer Körper der Masse  $m$  rotiere um eine Achse durch den Schwerpunkt und um eine dazu parallel um  $a$  verschobene Achse. Die entsprechenden Trägheitsmomente seien  $J_{Sp}$  und  $J_a$ . Beweisen Sie, dass  $J_a = J_{Sp} + ma^2$ !  
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem.
  - Berechnen Sie das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel mit dem Radius  $R$  bei der Rotation um eine Tangente.
- Berechnen Sie die Funktionaldeterminante für
  - die verallgemeinerten Kugelkoordinaten
$$x = a \cdot \varrho \sin^\alpha \vartheta \cos^\beta \varphi$$
$$y = b \cdot \varrho \sin^\alpha \vartheta \sin^\beta \varphi$$
$$z = c \cdot \varrho \cos^\alpha \vartheta$$
  - die verallgemeinerten Zylinderkoordinaten
$$x = a \cdot \varrho \cos^\alpha \varphi$$
$$y = b \cdot \varrho \sin^\alpha \varphi$$
$$z = z$$
wobei
$$0 \leq \vartheta \leq \pi$$
$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$
$$\varrho \geq 0$$
- Berechnen Sie den Inhalt der durch die Kurve  $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^4 = \frac{x^2}{h^2} + \frac{y^2}{k^2}$  im 1. Quadranten gebildeten Fläche.  
Hinweis: verallgem. Polarkoordinaten mit  $\alpha = 2$ .
- \* Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch die Fläche

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= a^2 \\x^2 + y^2 + z^2 &= b^2 \\x^2 + y^2 &= z^2\end{aligned}$$

begrenzt wird, wobei  $0 < a < b$  und  $z \geq 0$ .

- \* Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, den der Zylinder  $x^2 + y^2 = Rx$  aus der Kugel  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  herausschneidet.

Es wird empfohlen, alle mit \* gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 29.10. bis 02.11.2007 abzugeben.