

# Übungen zur Vorlesung Analysis III (WS 07/08)

## 1. Übungsserie

1. Beschreiben Sie die angegebenen Gebiete als Normalbereiche (alle Möglichkeiten).

(a) Dreieck mit den Ecken  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$  und  $(-2, 1)$ ,

(b) Kreis mit  $x^2 + y^2 \leq y$ .

2. Vertauschen Sie die Reihenfolge der Integrationen

$$(a) I_1 = \int_1^2 \left( \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy \right) dx,$$

$$(b) I_2 = \int_0^{2a} \left( \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y) dy \right) dx!$$

3. Berechnen Sie  $\iint_D y^2 d(x, y)$ , wobei  $D$  dasjenige beschränkte Gebiet ist, welches durch die Kurven  $y = 2x$ ,  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{x}{2}$  und  $y = \frac{1}{2x}$  berandet wird!

$$4. \text{ Es sei } I = \int_{-1}^1 \left( \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \left( \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz \right) dy \right) dx.$$

Geben Sie die 5 anderen Möglichkeiten an, dieses Integral in veränderter Reihenfolge zu berechnen!

5. Berechnen Sie das Integral  $\iiint_D xy^2 z^3 d(x, y, z)$  wobei  $D$  durch die Flächen  $x = 1$ ,  $z = 0$ ,  $y = x$  und  $z = x \cdot y$  berandet wird jeweils in der Form

$$(a) \int \left( \int \left( \int xy^2 z^3 dz \right) dx \right) dy,$$

$$(b) \int \left( \int \left( \int xy^2 z^3 dz \right) dy \right) dx,$$

$$(c) \int \left( \int \left( \int xy^2 z^3 dy \right) dx \right) dz.$$